



Introducción a la unidad

Una de las aplicaciones más importantes de las anualidades en las operaciones de negocios está representada por el pago de deudas que devengan intereses.

Cuando una deuda se liquida en una serie de pagos periódicos de igual valor y si se paga el interés que se adeuda al momento que se efectúan los pagos, también se estará liquidando una parte del capital inicial. A medida que la deuda se va pagando, se reducirá el interés sobre el saldo insoluto.

Objetivo particular de la unidad

Al término de la unidad, el alumno podrá:

- Aplicar los diversos métodos por los cuales se va extinguiendo gradualmente una deuda.
- Aplicar las fórmulas adecuadas para obtener el saldo insoluto de capital en cualquier fecha y los derechos adquiridos del deudor en caso de que exista una prenda.
- Reconocer los mecanismos para crear fondos futuros mediante depósitos periódicos con objeto de amortizar deudas o para cualquier otro propósito.



Unidad III. Anualidades



Lo que sé:

Sé calcular la renta, el monto, el valor actual, el plazo y la tasa de interés con interés compuesto en anualidades anticipadas, vencidas y diferidas.

Resuelve el siguiente problema

Rita Pompa desea tener en 10 años \$300,000.00. Si invierte en un fondo que le da de intereses el 12% anual con capitalización mensual, ¿cuánto tiene que estar depositando mensualmente para lograr su objetivo en 10 años?

Para enviar tu actividad, pulsa **Editar mi envío** y se mostrará un editor de texto en el que deberás redactar tu información. Cuando termines, guarda tu tarea haciendo clic en **Guardar cambios**.

Temas de la unidad IV

1. Amortización de una deuda
2. Tablas de amortización
3. Fondos de amortización
4. Tablas de fondos de amortización



Unidad III. Anualidades



Resumen de la unidad

Amortización es el método por el cual se va liquidando una deuda en pagos parciales. El importe de cada pago sirve para solventar los intereses. La amortización es una de las aplicaciones más importantes de las anualidades. Las deudas se amortizan con pagos periódicos iguales. Se hacen depósitos periódicos iguales en un fondo de amortización que genera intereses para amortizar una deuda futura.

Para encontrar cada una de las variables o incógnitas, se utiliza la fórmula del valor actual de los diversos tipos de anualidades. Generalmente, se calcula con base en el valor actual de las anualidades ordinarias.

En la amortización se demuestra que:

1. El capital va disminuyendo conforme se van dando los pagos hasta su liquidación total.
2. Al ir reduciéndose el capital, los intereses también van descendiendo.
3. La amortización del capital va aumentando conforme pasan los periodos, al ir disminuyendo –en la misma proporción– los intereses.
4. Si se quieren conocer las amortizaciones de los diferentes periodos, basta multiplicar la primera amortización por la razón:
 $(1+i)^n$, donde n es el número de periodos que faltan para llegar a la amortización del periodo correspondiente.
5. La suma de las amortizaciones será igual al valor actual o capital inicial del préstamo.

Tablas de amortización

Para su mayor comprensión, las amortizaciones pueden representarse en una matriz donde:



Unidad III. Anualidades



Las columnas representan lo siguiente:

1. La primera muestra los periodos (n).
2. La segunda da el importe de la renta o pago (R).
3. La tercera indica los intereses (I) y resulta de multiplicar el saldo insoluto (S) anterior por la tasa de interés del periodo (i).
4. La cuarta señala la amortización (A) del periodo y resulta de restar al pago del periodo (R) los intereses del mismo (I).
5. La quinta revela la amortización acumulada (AA), consecuencia de la suma de la amortización acumulada (AA) del periodo anterior más la amortización (A) del periodo en estudio.
6. La sexta expresa el saldo insoluto de la deuda, que se obtiene al hacer alguno de estos procedimientos:
Restar al capital inicial (C) la amortización acumulada (AA) hasta ese periodo.
Restar el saldo insoluto del periodo anterior (S) la amortización del periodo (A).

Fondos de amortización

Es el método por el cual se provee el monto, por medio de una serie de rentas o pagos, para liquidar una deuda. Asimismo, funciona para ahorrar o recuperar el valor histórico de un activo. Esto se realiza invirtiendo una serie de pagos iguales, en periodos iguales, durante el lapso de vida útil del bien, con la finalidad de acumular un monto disponible en efectivo para volver a comprar el sustitutivo del activo al término de su uso.

Esta práctica es muy útil financieramente, aun cuando, al llegar al fin de su vida útil, la cantidad acumulada no llegue a cubrir el costo del bien. En este rubro, se



Unidad III. Anualidades



utilizan las fórmulas del monto o valor futuro de las diferentes anualidades, generalmente, la del monto de anualidades ordinarias.

Tablas de fondo de amortización

En este método se utiliza, al igual que en la amortización, una matriz, en donde las columnas se conforman así:

1. La primera expresa los periodos (n).
2. La segunda, los pagos o rentas (R).
3. La tercera, los intereses (I) del periodo y resulta de multiplicar el saldo final (M) del periodo anterior por la tasa de interés (i).
4. La cuarta, la cantidad que se acumula al fondo (CA) y se calcula sumando la renta (R) más los intereses (I) del periodo.
5. La quinta, el saldo final (M), resultado de la suma del saldo final (M) del periodo anterior más la cantidad que se acumula (CA) al fondo del periodo.



Unidad III. Anualidades



Tema 1. Amortización de una deuda

Objetivo del tema

Definir qué es la amortización y calcular el pago periódico para amortizar la deuda.

Desarrollo

Al obtener un préstamo o crédito en efectivo, en bienes o servicios, se contrae una deuda que puede liquidarse con un solo pago al final del plazo o mediante abonos periódicos cuyo importe y frecuencia pueden ser variables o constantes, por lo que se dice que el **préstamo se amortiza**.

La palabra **amortización** proviene del latín “mortis” (dar muerte). Simboliza ir dando muerte al capital prestado en forma paulatina. En matemáticas financieras, amortizar significa pagar una deuda y sus intereses mediante pagos parciales u abonos, los que pueden ser iguales en valor o variables, efectuados a intervalos de tiempo generalmente.

Amortización puede definirse como el proceso mediante el cual se extingue gradualmente una deuda y sus intereses por medio de una serie de pagos o abonos al acreedor.

Cada pago u abono efectuado se divide en dos partes: en primer lugar, se pagan los intereses adeudados al momento en que se efectúa el pago y el resto se aplica a disminuir el capital o saldo insoluto de capital.



Unidad III. Anualidades



Nomenclatura

C	Representa el capital inicial, llamado también principal. Suele representarse también por las letras A o P (valor presente).
R	Es la renta, depósito o pago periódico.
J	Es la tasa nominal de interés calculada para un periodo de un año. Se expresa en tanto por uno o tanto por ciento.
I	Es la tasa de interés por periodo de tiempo y representa el costo o rendimiento por periodo de capitalización de un capital ya sea producto de un préstamo o de una cantidad que se invierte. Es el cociente de dividir la tasa nominal entre la frecuencia de conversión m .
m	Es la frecuencia de conversión o de capitalización y representa el número de veces que se capitaliza un capital en un año.
n_a	Es el número de años que permanece prestado o invertido un capital.
n	Es el número de periodos de que consta una operación financiera a interés compuesto.
SI	Es el saldo insoluto de capital o pendiente de amortizar en cualquier fecha.
CA	Es el importe de capital por amortizar en cualquier fecha.
DAC	Son los derechos del acreedor sobre un bien y se obtienen considerando el saldo insoluto de capital a determinada fecha y en forma porcentual.
DAD	Son los derechos adquiridos por el deudor sobre el bien y considera la cantidad amortizada a determinada fecha y en forma porcentual.

Determinación del importe del pago periódico para amortizar una deuda

Se calcula mediante la utilización de la fórmula para el valor presente de una **anualidad simple**, cierta, ordinaria y se considera una **amortización de capital** a base de pagos e intervalos de tiempo iguales.



Unidad III. Anualidades



Se conoce el capital inicial que se adeuda, la tasa de interés nominal o periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización:

	$R = \frac{Ci}{1 - (1+i)^{-n}}$	(1)
siendo	$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$	



Unidad III. Anualidades



ACTIVIDAD 1

Descarga los siguientes **ejercicios** y resuélvelos en un procesador de texto. Una vez que tengas todos, ingresa tus resultados en el espacio en blanco.

- Plaza del Sol para terminar su local 37, obtiene un préstamo por \$120,000.00, los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales, con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente.

¿De cuánto será cada pago?

R= _____

- Una deuda de \$100,000.00 se debe liquidar en 6 pagos mensuales a una tasa del 24% convertible mensualmente.

a) Obtener el valor del pago igual mensual.

R= \$ _____

b) Calcula los derechos del acreedor sobre un bien al 3er. mes.

R= _____%

c) Calcula los derechos adquiridos del deudor en el tercer mes

R= _____%

d) Calcular los derechos del acreedor sobre un bien y los del deudor al 5to mes.

R= \$ _____



Unidad III. Anualidades



Autoevaluación

Resuelve los siguientes ejercicios. Arrastra en el espacio en blanco tu respuesta.

\$76,039.64	\$23,642.10
<p>1. Se obtiene un préstamo por \$120,000.00 (C), los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales (n), con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente (i). ¿De cuánto será cada pago?</p> <p>R= <input type="text"/></p>	
<p>2. Se obtiene un préstamo por \$120,000.00 (C), los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales (n), con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente (i). ¿Cuál es la amortización acumulada del periodo de pago número cuatro?</p> <p>R= <input type="text"/></p>	

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas
1. Díaz	8	



Unidad III. Anualidades



Tema 2. Tablas de amortización

Objetivo del tema

Elaborar tablas de amortización con problemas propuestos al adquirir una deuda.

Desarrollo

Tablas de amortización para pagos periódicos

Una tabla o cuadro de amortización expresa la variación en el tiempo y en cada periodo de los saldos insolutos de capital, las amortizaciones a capital, los intereses causados o generados, etcétera.

Una tabla de amortización debe contener cuando menos lo siguiente.

SALDO INICIAL	INTERES	AMORTIZACION	PAGO	SALDO FINAL
---------------	---------	--------------	------	-------------

También, en caso de que exista un bien de por medio como garantía, existen derechos del acreedor sobre ese bien en un 100% al principio de la operación y van disminuyendo conforme se va pagando el capital adeudado, pero, por otra parte, irán aumentando los llamados derechos adquiridos por el deudor conforme va saldando su deuda.

Para construir una tabla, se parte del saldo inicial de capital el que se multiplica por la tasa efectiva por periodo para obtener el monto de intereses en ese periodo. Esta cantidad se deduce del importe del pago periódico ya calculado y se obtiene la amortización de capital para ese periodo, cuyo nuevo saldo insoluto se obtendrá al deducir esta última cantidad del saldo insoluto anterior. Como la tasa es



Unidad III. Anualidades



constante y los pagos periódicos iguales, se sigue este procedimiento hasta amortizar totalmente la deuda inicial.

Ejercicio 1. Una deuda de \$100,000.00 se debe liquidar en 6 pagos mensuales a una tasa del 24% convertible mensualmente.

- Obtener el valor del pago igual mensual.
- Elaborar su tabla de amortización.
- Interpretar resultados.

Desarrollo

a) Cálculo de la renta mensual:

$$\text{Fórmula: } R = \frac{Ci}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$\begin{aligned} C &= 100,000.00 \\ J &= 0.24 \\ \text{Datos: } m &= 12 \\ n_a &= 0.5 \end{aligned}$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

$$\text{Solución: } i = \frac{0.24}{12} = 0.02 \quad n = 12 \times 0.5 = 6$$

$$R = \frac{100,000 \times 0.02}{1 - (1 + 0.02)^{-6}} \quad R = 17,852.58$$



Unidad III. Anualidades



b) *Tabla de amortización:*

Periodo fin de mes	Pago mensual	Monto Intereses	Amortización	Saldo Insoluto	Derechosdeudor	DAC %	DAC %
0				100,000.00	0.00	100.0	0.0
1	17,852.58	2,000.00	15,852.58	84,187.42	15,852.58	84.1	15.9
2	17,852.58	1,682.95	16,169.63	67,977.79	32,022.21	68.0	32.0
3	17,852.58	1,359.55	16,493.03	51,484.76	48,515.24	51.5	48.5
4	17,852.58	1,029.70	16,822.88	17,502.54	65,338.12	34.7	65.3
5	17,852.58	693.24	17,159.34	0.00	82,497.46	17.5	52.5
6	17,852.58	350.05	17,502.54		100,000.00	0.0	100.0
Σ	107,115.48	7,115.49	100,000.00				

c) *Interpretación:*

Como se puede apreciar en la tabla, el pago mensual se conserva idéntico en los 6 periodos, mientras que el monto de intereses disminuye en forma importante, mientras que la amortización va creciendo. El saldo insoluto son los derechos del acreedor (DAC) sobre un bien dado en garantía y van disminuyendo, en tanto los derechos adquiridos por el deudor (DAD) van aumentando a medida que va pagando el crédito otorgado. Las últimas columnas se refieren a los porcentajes de estos dos conceptos.

Fórmula para calcular el saldo insoluto de capital y los derechos porcentuales del acreedor sobre un bien a determinada fecha

$$SI = C(1+i)^p - R \frac{(1+i)^p - 1}{i} \quad (1)$$

$$DAC = \frac{SI}{C} \times 100 \quad (2)$$

siendo p el número de periodos transcurridos a la fecha del cálculo.



Unidad III. Anualidades



Fórmula para calcular la cantidad amortizada de capital y los derechos porcentuales del deudor sobre un bien a una fecha determinada.

$$CA = R \frac{(1+i)^p - 1}{i} - C \left[(1+i)^p - 1 \right] \quad (3)$$

$$DAD = \frac{CA}{C} \times 100 \quad (4)$$

siendo p el número de periodos transcurridos a la fecha del cálculo.

Fórmula para calcular el interés contenido en el pago en un periodo determinado

$$I_p = R \left[1 - (1+i)^{-n+p-1} \right] \quad (5)$$

siendo p el número del periodo determinado.

Ejercicio 2. Del ejercicio 1, calcular los derechos del acreedor sobre un bien y los derechos adquiridos del deudor:

- a) Al tercer mes
- b) Al quinto mes
- c) Calcular los intereses contenidos en el mes 3 y en el mes 5.



Unidad III. Anualidades



Desarrollo

a) Al 3er. mes:

a₁) Derechos acreedor:

$$\text{Fórmula: } SI = C(1+i)^p - R \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$\begin{aligned} \text{Datos: } C &= 100,000.00 \\ R &= 17,852.58 \\ i &= 0.02 \\ p &= 3 \end{aligned}$$

$$DAC = \frac{SI}{C} \times 100$$

$$\text{Solución: } SI = 100,000(1+0.02)^3 - 17852.58 \frac{(1+0.02)^3 - 1}{0.02}$$

$$SI = 51,484.76$$

$$\begin{aligned} \text{En porcentaje: } DAC &= \frac{51,484.76}{100,000} \times 100 \\ DAC &= 51.5\% \end{aligned}$$

a₂) Derechos adquiridos del deudor:

$$\text{Fórmula: } CA = R \frac{(1+i)^p - 1}{i} - C[(1+i)^p - 1]$$

$$\begin{aligned} \text{Datos: } C &= 100,000.00 \\ R &= 17,852.58 \\ i &= 0.02 \\ p &= 3 \end{aligned}$$



Unidad III. Anualidades



$$DAD = \frac{CA}{C} \times 100$$

Solución: $CA = 17,852.58 \frac{(1+0.02)^3 - 1}{0.02} - 100,000[(1+0.02)^3 - 1]$
 $CA = 48,515.24$

En porcentaje: $DAD = \frac{48,515.24}{100,000} \times 100$
 $DAC = 48.5\%$

b) Al 5o. mes:

b₁) Derechos acreedor:

Fórmula: $SI = C(1+i)^p - R \frac{(1+i)^p - 1}{i}$

Datos: $C = 100,000.00$
 $R = 17,852.58$
 $i = 0.02$
 $p = 5$

$$DAC = \frac{SI}{C} \times 100$$

Solución: $SI = 100,000(1+0.02)^5 - 17852.58 \frac{(1+0.02)^5 - 1}{0.02}$

$$SI = 17,502.54$$

En porcentaje: $DAC = \frac{17,502.54}{100,000} \times 100$
 $DAC = 17.5\%$



Unidad III. Anualidades



b₂) Derechos adquiridos del deudor:

$$\text{Fórmula: } CA = R \frac{(1+i)^p - 1}{i} - C[(1+i)^p - 1]$$

$$\begin{aligned} \text{Datos: } C &= 100,000.00 \\ R &= 17,852.58 \\ i &= 0.02 \\ p &= 5 \end{aligned}$$

$$DAD = \frac{CA}{C} \times 100$$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } CA &= 17,852.58 \frac{(1+0.02)^5 - 1}{0.02} - 100,000[(1+0.02)^5 - 1] \\ CA &= 82,497.46 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{En porcentaje: } DAD &= \frac{82,497.46}{100,000} \times 100 \\ DAC &= 82.5\% \end{aligned}$$

c) Intereses contenidos:

c₁) Al 3er. mes:

$$\text{Fórmula: } I_p = R[1 - (1+i)^{-n+p-1}]$$

$$\begin{aligned} \text{Datos: } R &= 17,852.58 \\ i &= 0.02 \\ p &= 3 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } I_3 &= 17,852.58[1 - (1+0.02)^{-6+3-1}] \\ I_3 &= 1,359.55 \end{aligned}$$



Unidad III. Anualidades



c₂) Al 5o. mes:

$$\text{Fórmula: } I_p = R \left[1 - (1+i)^{-n+p-1} \right]$$

$$R = 17,852.58$$

$$\text{Datos: } i = 0.02$$

$$p = 5$$

$$n = 6$$

$$\text{Solución: } I_3 = 17,852.58 \left[1 - (1+0.02)^{-6+5-1} \right]$$

$$I_3 = 693.24$$

d) Interpretación:

Es factible calcular el saldo insoluto, los derechos adquiridos del deudor y los intereses generados en cualquier periodo de amortización.

Las tablas de amortización a línea recta

Este sistema para amortizar deudas se caracteriza porque la parte que se amortiza del capital permanece constante. Por lo tanto, el pago periódico irá disminuyendo progresivamente y cada abono será siempre menor que el anterior.

Nomenclatura

R_1	Primera renta
R_k	Renta en cualquier periodo
A_m	Amortización constante
A_k	Capital amortizado hasta cualquier periodo
i	Tasa por periodo



Unidad III. Anualidades



n	Número de periodos totales
k	Número de periodos parciales
d	Diferencia entre dos rentas sucesivas
I	Monto total de intereses
SI_k	Saldo insoluto del capital en cualquier periodo
L_k	Liquidación de deudas en cualquier periodo

Fórmulas para calcular el saldo insoluto en cualquier periodo y la liquidación

Total de la deuda en ese periodo:

$SI_k = (n - k)A_m$ (6)	$L_k = (n - k)A_m + R_k$ (7)
en donde	
$A_m = \frac{C}{n}$ (8)	$R_k = R_1 - (k - 1)d$ (9)
$R_1 = A_m(1 + in)$ (10)	$d = A_m i$ (11)

Fórmula para calcular el capital amortizado en cualquier periodo

$$A_k = A_m k \quad (12)$$

Fórmula para calcular el monto de intereses totales.

$$I = \frac{Ci}{2}(n + 1) \quad (13)$$



Unidad III. Anualidades



Ejercicio 3. Una deuda de \$50,000.00 se tiene que pagar en 5 meses, amortizando \$10,000.00 por mes a una tasa del 2.5% mensual. Calcular:

- El valor de la 1ª renta
- La renta al 3er mes
- El pago para liquidar la deuda en el 3er mes
- Intereses totales
- Elaborar su tabla de amortización

Desarrollo

a) Cálculo de la primera renta:

$$\text{Fórmula: } R_1 = A_m(1+in)$$

$$\begin{aligned} A_m &= 10,000.00 \\ \text{Datos: } i &= 0.025 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } R_1 = 10,000(1+0.025 \times 5) = 11,250$$

b) Cálculo de la renta 3er. mes:

$$\begin{aligned} \text{Fórmula: } R_k &= R_1 - (k-1)d \\ d &= A_m i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 11,250 \\ \text{Datos: } k &= 3 \\ A_m &= 10,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } d &= 10,000 \times 0.025 = 250 \\ R_3 &= 11,250 - 2 \times 250 = 10,750 \end{aligned}$$



Unidad III. Anualidades



c) Liquidación de la deuda 3er. mes:

Fórmula: $L_k = (n - k) A_m + R_k$

$$R_3 = 10,750$$

Datos: $k = 3$
 $A_m = 10,000$
 $n = 5$

Solución: $L_3 = (5 - 3)10,000 + 10,750 = 30,750$

d) Interese totales:

Fórmula: $I = \frac{Ci}{2}(n + 1)$

$$C = 50,000$$

Datos: $i = 0.025$
 $n = 5$

Solución: $I = \frac{50,000 \times 0.025}{2}(5 + 1) = 3,750$

e) Tabla de amortización:

Periodo	Amortización	Monto de intereses	Pago mensual	Saldo insoluto
0				50,000.00
1	10,000.00	1,250.00	11,250.00	40,000.00
2	10,000.00	1,000.00	11,000.00	30,000.00
3	10,000.00	750.00	10,750.00	20,000.00
4	10,000.00	500.00	10,500.00	10,000.00
5	10,000.00	250.00	10,250.00	0
Σ	50,000.00	250.00	53,750.00	



Unidad III. Anualidades



En este ejemplo, no se incluyeron las columnas de derechos del acreedor (DAC) y de los derechos adquiridos del deudor (DAD) porque no se considera ninguna prenda o activo que garantice el adeudo en el tiempo.

Ejercicio 4. Una deuda de \$50,000.00 se tiene que pagar en 5 meses, amortizando \$10,000.00 por mes. En los primeros 3 meses se carga una tasa del 2.5% mensual y los 2 siguientes, el 2% mensual. Calcular el valor de los pagos en una tabla de amortización.

Periodo fin de mes	Pago mensual	Monto Intereses	Amortización	Saldo Insoluto	Derechos deudor	DAC %	DAD %
0				50,000	0	100.0	0.0
1	11,250	1,250	10,000	40,000	10,000	80.0	20.0
2	11,000	1,000	10,000	30,000	20,000	60.0	40.0
3	10,750	750	10,000	20,000	30,000	40.0	60.0
4	10,400	400	10,000	10,000	40,000	20.0	80.0
5	10,200	200	10,000	0	50,000	0.0	100.0
	53,600	3,600	100,000				



Unidad III. Anualidades



ACTIVIDAD 1

Descarga los siguientes **ejercicios** y resuélvelos en un procesador de texto. Una vez que tengas todos, ingresa tus resultados en el espacio en blanco.

- Se obtiene un préstamo por \$120,000.00 (C), los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales (n), con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente.

Elabora la tabla de amortización

R=\$ _____

- Jan Ron, gerente de TASA, quiere saber cuánto pagaría cada 2 meses por una deuda de \$4,000.00. La tasa de interés del mercado es de 42% convertible bimestralmente y la quiere liquidar en un año.

Elabora una tabla de amortización.

R=\$ _____

- Plaza del Sol para terminar su local 37, obtiene un préstamo por \$120,000.00, los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales, con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente,

¿De cuánto será cada pago?

Elabora la tabla de amortización

R=\$ _____



Unidad III. Anualidades



- Lanasa, empresa constructora tiene una deuda de \$1,000,000.00 a pagar en un única exhibición dentro de 10 meses, pero desea hacer 10 pagos mensuales iguales a fin de mes. ¿Cuál es el valor del pago mensual si la tasa de interés mensual es del 1%?

Elabora la tabla de amortización

R=\$ _____

- Juan Ruíz tiene una deuda de \$1,250,000.00 desea hacer pagos fijos mensual durante los próximos tres años. Si la tasa de interés del 9.6% anual capitalización mensual.

¿Qué cantidad debería cubrir todos los meses para que al final de los tres años cubra su deuda?

R=\$ _____

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas
1. Díaz	8	305-315



Unidad III. Anualidades



Tema 3. Fondos de amortización

Objetivo del tema

Reconocer el por qué de los fondos de amortización y calcular el monto de depósitos, así como el valor que se requiere para reunir cierta cantidad en problemas propios de fondos de amortización.

Desarrollo

Es el método por el cual se provee el monto, por medio de una serie de rentas o pagos, para liquidar una deuda. Asimismo, funciona para **ahorrar** o **recuperar el valor histórico de un activo**. Esto se realiza invirtiendo una serie de pagos iguales, en periodos iguales, durante el lapso de vida útil del bien, con la finalidad de acumular un monto disponible en efectivo para volver a comprar el sustitutivo del activo al término de su uso. Esta práctica es muy **útil financieramente**, aun cuando, al llegar al fin de su vida útil, la cantidad acumulada no llegue a cubrir el costo del bien.

En este rubro, se utilizan las fórmulas del monto o valor futuro de las diferentes anualidades, generalmente, la del monto de anualidades ordinarias:

$$R = \frac{Mi}{(1+i)^n - 1} \quad (1)$$

Monto acumulado al final del periodo

Para el calcular el monto al final del periodo se utiliza la fórmula:

$$M = R(1+i) \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \quad (2)$$



Unidad III. Anualidades



Ejemplo 1

Una empresa desea reunir, al final de 22 trimestres, cierta cantidad para comprar equipo nuevo. Si hace depósitos trimestrales de \$18,000.00 con una tasa de interés del 12.72% con capitalización trimestral, ¿cuánto reunirá al final de los 6 meses?

$$M = R(1+i) \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) = 18000 \left(1 + \frac{0.1272}{4} \right) \left(\frac{(1 + \frac{0.1272}{4})^{22} - 1}{\frac{0.1272}{4}} \right) = 578862.414$$

Saldo al final de un periodo

Si se quiere encontrar el saldo al final de cierto periodo de pago. Se calcula con la fórmula del monto de las anualidades ordinarias, tomando en cuenta, en n , los depósitos o rentas que se han efectuado hasta ese momento.

$$M = \frac{R(1+i)^n - 1}{i}$$

Ejemplo 2

¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de \$240,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual? (Los \$240,000.00 representan el valor de un activo adquirido hoy, que se pretende reemplazar al final de su vida útil, que es de 6 años).

$$R = \frac{Mi}{(1+i)^n - 1} \quad R = \frac{(240000)(0.08)}{(1+0.08)^6 - 1} = \$32,715.69$$

Nota: Si se quiere encontrar el saldo al final de cierto periodo de pago, se calcula con la fórmula del monto de las anualidades ordinarias, tomando en cuenta, en n , los depósitos o rentas que se han efectuado hasta ese momento.



Unidad III. Anualidades



Ejemplo 3

Del ejercicio 2, ¿cual será, el saldo final del cuarto periodo?

$$M_4 = 32715.69 \left(\frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08} \right) = 147520.56$$

El saldo al final del cuarto periodo es de \$147,520.56.



Unidad III. Anualidades



ACTIVIDAD 1

Descarga los siguientes **ejercicios** y resuélvelos en un procesador de texto, Una vez que tengas todos, ingresa tus resultados en el espacio en blanco.

- ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de \$214,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 18% anual? (Los \$214,000.00 representan el valor de un activo adquirido hoy, que se pretende reemplazar al final de su vida útil, que es de 6 años).

R= \$ _____.

- La vida útil de un equipo industrial de GECESA, que adquirió en una compañía es de 6 años. Con el fin de reemplazarlo al final de ese tiempo, GECESA establece crear un fondo de amortización y hará depósitos anuales en una cuenta bancaria que paga el 12%. Si se estima que el equipo costará \$52,500 dólares ¿De cuánto debe ser el valor de cada uno de los depósitos anuales?

En tu cuaderno construye una tabla del fondo de amortización.

R= \$ _____.

- Si puedo hacer depósitos mensuales de \$2,000.00 mensuales y la tasa de interés de la institución donde quiero hacer los depósitos es de 15% con capitalización mensual ¿Cuánto acumularé en 9 meses?

M= \$ _____.



Unidad III. Anualidades



- Una empresa de embutidos quiere comprar un tipo de rebanadora que salió al mercado, pero podrá hacerlo hasta dentro de tres años, el equipo costará \$300,000.00, para lo cual crea un fondo de ahorro bimestrales, con intereses del 39% con capitalización bimestral. ¿de cuánto tienen que ser los depósitos?

R= \$ _____

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas
1. Díaz	8	319-326



Unidad III. Anualidades



Autoevaluación

Responde las siguientes preguntas en el espacio correspondiente (coloca sólo dos decimales para las que así lo requieran). Una vez que concluyas, obtendrás tu calificación de manera automática.

1. Un fabricante de pinturas quiere comprar en tres años un equipo que le costará \$300,000, para lo cual crea un fondo de ahorro bimestral con intereses del 39% con capitalización bimestral. ¿De cuánto serán los depósitos?

R= \$ _____

2. La vida útil de un equipo industrial de COCA, que acaba de ser adquirido por una compañía, es de 5 años. Con el fin de reemplazarlo al final de ese tiempo, la empresa establece un fondo de amortización y efectuará depósitos anuales en una cuenta bancaria que paga el 9.6%. Si se estima que el equipo costará 42,740 dólares, ¿cuál será el valor del depósito?

R= \$ _____ dólares

3. En 7 meses quiero hacer un viaje y quiero reunir \$300,000. La tasa de interés en el mercado es de 1% mensual con capitalización mensual. ¿De cuánto debo hacer los depósitos mensuales?

R= \$ _____ mensuales

4. Una persona que tiene disponible la cantidad de \$ 1'250,000, desea utilizarlos para asegurarse un ingreso fijo mensual durante los próximos tres años. Con tal propósito, deposita esa cantidad en una cuenta bancaria renovable cada 30 días y una tasa de interés mensual del 0.8%. Suponiendo que se mantuviera constante la tasa de interés, ¿qué cantidad debería retirar todos los meses para que al final de los tres años la cantidad depositada inicialmente se hubiese agotado por completo?

R= \$ _____



Unidad III. Anualidades



5. Una persona deposita hoy en una cuenta bancaria la suma de \$ 125,000, con una tasa de interés mensual de 0.75%, y piensa retirar de la cuenta \$4,000 al final de cada mes, hasta que la cuenta quede en cero. ¿Durante cuántos meses podrá hacer esos retiros?

R= \$ _____ meses



Unidad III. Anualidades



Tema 4. Tablas de fondos de amortización

Objetivo del tema

Elaborar tablas de fondos de amortización en problemas propios.

Desarrollo

En este método se utiliza, al igual que en la amortización, una matriz, en donde las columnas se conforman así:

- a. La primera expresa los periodos (n).
- b. La segunda, los depósitos o rentas (R).
- c. La tercera, los intereses (I) del periodo que se devengan y resulta de multiplicar el saldo final (M) del periodo anterior por la tasa de interés (i).
- d. La cuarta, la cantidad que se acumula al fondo (CA) y se calcula sumando la renta (R) más los intereses (I) del periodo.
- e. La quinta, el saldo final (M), resultado de la suma del saldo final (M) del periodo anterior más la cantidad que se acumula (CA) al fondo del periodo.
- f. La sexta es el porcentaje de acumulación del fondo.

Los renglones muestran las operaciones de cada uno de los periodos. Ilustremos lo anterior con el ejercicio siguiente.

Ejemplo 1. ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de \$240,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual? (Los \$240,000.00 representan el valor de un activo adquirido hoy, que se pretende reemplazar al final de su vida útil, que es de 6 años).



Unidad III. Anualidades



Desarrollo

Fórmula:
$$R = \frac{Mi}{(1+i)^n - i}$$

Datos: $M = 240,000$
 $i = 0.08$
 $n = 6$

Solución:
$$R = \frac{240,000 \times 0.08}{(1+0.08)^6 - i} = 32,715.69$$

Periodos	Rentas (R)	Intereses (I)	Cantidad que se acumula al fondo (CA)	Saldo final o monto (M)
N		(M) anterior por (i)	R + I	(M) anterior más (CA)
1	32,715.69	0-----	32,715.69	32,715.69
2	32,715.69	2,617.26	35,332.95	68,048.64
3	32,715.69	5,443.89	38,159.58	106,208.22
4	32,715.69	8,496.66	41,212.35	147,420.57
5	32,715.69	11,793.65	44,509.34	191,929.91
6	32,715.69	15,354.39	48,070.08	239,999.99 *
Total	196,294.14	43,705.85	239,999.99 *	

Nota: Debido al redondeo de cifras hay una pequeña variación.

Si analizamos la tabla, observamos lo siguiente:



Unidad III. Anualidades



- ♦ Las rentas sirven para aumentar la inversión que, al finalizar los periodos de pago, se utiliza para liquidar la deuda o sustituir el activo al expirar su vida útil.
- ♦ Los intereses se agregan a la inversión.
- ♦ Si se quiere encontrar el saldo al final de cierto periodo de pago, se calcula con la fórmula del monto de las anualidades ordinarias, tomando en cuenta, en n , los depósitos o rentas que se han efectuado hasta ese momento.

Por ejemplo, el saldo final al cuarto periodo es:

Desarrollo

$$\text{Fórmula: } M = R \frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

$$M = 32,715.69$$

$$\text{Datos: } i = 0.08$$

$$k = 4$$

$$\text{Solución: } M_4 = 32,715.69 \frac{(1+0.08)^4}{0.08} = 147,420.56$$

NOTA: la diferencia con \$147,420.57 de la tabla se explica por el redondeo que se hizo en la misma.

Ejemplo 2. La vida útil de un equipo industrial de GECESA, que acaba de ser adquirido por una compañía, es de 5 años. Con el fin de reemplazarlo, al final de ese tiempo, la empresa establece un fondo de amortización y efectuará depósitos anuales en una cuenta bancaria que paga el 9.6%. Si se estima que el equipo costará \$42,740 dólares, ¿cuál será el valor del depósito? Construye una tabla del fondo.



Unidad III. Anualidades



$$R = \frac{(42740)(0.096)}{(1 + 0.096)^5 - 1} = 7056.68$$

Periodos	Rentas (R) en dólares	Intereses (I) dólares	Cantidad que se acumula al fondo (CA)	Saldo final o monto (M) dólares
N		(M) anterior por (i)	R + I	(M) anterior más (CA)
1	7056.68	-----0-----	7056.68	7056.68
2	7056.68	677.44		14790.81
3	7056.68	1419.92		23,267.41
4	7056.68			
5	7056.68			
Total		7,456.58	35,283.40	

En este tema, se estudiaron los mecanismos más usuales para cancelar una deuda mediante pagos periódicos a interés compuesto. Se describieron también las características y ventajas de los esquemas más usuales de amortización como el de amortización gradual, la amortización constante y la amortización variable.

El conocimiento de esta temática es muy importante, ya que la adecuada comprensión, capacidad y habilidad para determinar cómo se amortizan los créditos representan una ventaja considerable para quienes se ven en la necesidad de endeudarse, al hacer la mejor elección tanto de los diversos planes y sistemas de amortización como de la persona o institución que otorgan los créditos o préstamos.

Los depósitos a un fondo de amortización representan la posibilidad de tener un monto futuro para cancelar una deuda mediante un pago único. Sin embargo, la creación de fondos se puede constituir para cualquier otro propósito, como por



Unidad III. Anualidades



ejemplo la reposición de maquinaria o equipos al término de su vida útil, para gastos de jubilación de personal en las empresas o para adquirir un bien mueble o inmueble en un futuro. Existen, por lo tanto, diversos tipos de fondos nombrados de acuerdo al fin que persigan, como los fondos de ahorro, fondos vacacionales, fondos para jubilación, para la educación, etcétera.

Algunas de las principales ventajas, al constituir fondos para adquirir un bien o un servicio, son por ejemplo que al pagar de contado se puede obtener algún descuento considerable en el precio de compra. También el comprador evita el pago de altos intereses, cargos y comisiones por comprar a crédito; por otra parte, sus depósitos periódicos generan y ganan intereses y, lo que es más importante, contribuyen a fortalecer el hábito del ahorro. En cuanto a la mayoría de las personas de nivel socioeconómico medio o bajo, se les facilita más liquidar sus deudas mediante pagos periódicos que con pagos de contado.



Unidad III. Anualidades



ACTIVIDAD 1

Descarga los siguientes **ejercicios** y resuélvelos en un procesador de texto, Una vez que tengas todos, ingresa tus resultados en el espacio en blanco.

- ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de \$240,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual? (Los \$240,000.00 representan el valor de un activo adquirido hoy, que se pretende reemplazar al final de su vida útil, que es de 6 años).

R=\$_____.

- La vida útil de un equipo industrial de GECESA, que acaba de ser adquirido por una compañía es de 5 años. Con el fin de reemplazarlo al final de ese tiempo, la empresa establece un fondo de amortización efectuará depósitos anuales en una cuenta bancaria que paga el 9.6%. Si se estima que el equipo costará \$42,740 dólares cual será el valor del depósito construye una tabla del fondo

R=\$_____.

- En 7 meses quiero hacer un viaje y puedo hacer depósitos mensuales de \$460.00 ¿Cuál será el monto que acumularé en ese tiempo? La tasa de interés es de 15% con capitalización mensual.

R=\$_____.

- El gerente de SUMASA quiere comprar en tres años un equipo que le costará \$300,000.00, para lo cual crea un fondo de ahorro bimestrales, con intereses del 39% con capitalización bimestral. ¿De cuánto serán los depósitos?

R=\$_____.



Unidad III. Anualidades



• Para hacer una fiesta un padre de familia quiere reunir en 7 meses la cantidad de \$40,000.00. Si la tasa de interés es del 15% con capitalización mensual. ¿De cuánto serán los depósitos?

R=\$_____.

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas
1. Díaz	8	326-332



Unidad III. Anualidades



Autoevaluación

Responde las siguientes preguntas en el espacio correspondiente (coloca sólo dos decimales para las que así lo requieran). Una vez que concluyas, obtendrás tu calificación de manera automática.

1. La familia Guzmán, en 7 meses, desea hacer un viaje y quiere reunir \$300,000. La tasa de interés en el mercado es de 1% mensual con capitalización mensual. ¿De cuánto deben hacer los depósitos mensuales? Construye la tabla de fondo.

R= \$ _____ mensuales

2. Una Administradora de Fondos para el Retiro le dice a un afiliado que, si en los próximos cuatro años (48 meses) deposita mensualmente (al final del mes) la cantidad de \$800, al término de este plazo tendrá acumulado un monto de \$ 55,652.18. ¿Qué tasa de interés mensual está implícita en este cálculo?

R= _____ % mensual

3. Se quiere comprar una casa en \$2'000,000 a pagar la mitad al contado y el resto en cinco abonos anuales vencidos de igual valor. La tasa de interés aplicable es del 8% anual. ¿Cuál será el valor de cada pago?

R= \$ _____

4. Un terreno esta valuado en \$2'000,000. Se quiere vender la mitad al contado y el resto en cinco abonos mensuales vencidos de igual valor. La tasa de interés aplicable es del 0.8333% mensual. ¿Cuál será el valor de cada pago?

R= \$ _____



Unidad III. Anualidades



5. Se quiere comprar una casa en \$2'000,000 a pagar la mitad al contado y el resto en cinco abonos anuales vencidos de igual valor. La tasa de interés aplicable es del 8% anual. ¿Cuál será el valor de cada pago? Supongamos que después del segundo pago se eleva la tasa de interés del 8 % al 10 %. ¿De cuánto son ahora los pagos?

¿Qué pasa con la tabla de amortización?

R= \$ _____



Unidad III. Anualidades



Cuestionario de autoevaluación

Responde las siguientes preguntas.

Realiza esta actividad en un procesador de textos, guárdala en tu computadora y, una vez concluida, presiona el botón **Examinar**, localiza el archivo, selecciónalo y haz clic en **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.

1. Explica brevemente en qué consiste la amortización de una deuda en forma gradual.
2. Explica brevemente en qué consiste la amortización de una deuda con pago periódico constante, tasa fija y plazo fijo.
3. ¿Qué fórmula se utiliza para calcular los pagos iguales en una operación de amortización?
4. Explica brevemente en qué consiste la amortización de una deuda con amortización constante.
5. ¿Cuál es la diferencia entre los derechos del acreedor y los derechos adquiridos del deudor?
6. ¿Cómo se calcula el saldo insoluto de un crédito en cualquier periodo de amortización?
7. ¿Qué otros tipos de amortización conoces? Explica sus características.
8. ¿Qué características tiene un fondo de amortización?
9. ¿Qué fórmula se utiliza para calcular el depósito igual en un fondo de amortización?
10. ¿Qué fórmula se utiliza para calcular el monto del fondo en cualquier periodo seleccionado?



Unidad III. Anualidades



Autoevaluación

Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas. Una vez que concluyas, obtendrás de manera automática tu calificación.

1. ¿En cuántos pagos mensuales vencidos de \$2,711.43 se liquidaría una deuda de \$75,000.00 con una tasa del 18% compuesto mensualmente?

- a) 28
- b) 30
- c) 32
- d) 3
- e) 36

2. ¿Cuál es el importe de la renta o pago periódico anual necesario para amortizar un adeudo de \$169,506.69 mediante 10 pagos anuales a una tasa de interés del 12% anual efectiva?

- a) \$ 9 659.20
- b) \$16 950.67
- c) \$25 387.35
- d) \$30 000.00
- e) \$31 827.30

3. Al elaborar la tabla de amortización de un préstamo de \$10,000.00 a liquidar mediante 4 pagos iguales de \$2,754.90 a una tasa de interés anual efectiva del 4%, ¿cuál es el importe de los intereses contenidos en el primer pago de \$2,754.90?

- a) \$110.20
- b) \$289.90
- c) \$333.33
- d) \$375.00
- e) \$400.00



Unidad III. Anualidades



4. Al elaborar la tabla de amortización de un préstamo de \$10,000.00 a liquidar mediante 4 pagos iguales de \$2,754.90 a una tasa de interés anual efectiva del 4%, ¿cuál es el importe del capital contenido en el primer pago de \$2,754.90?
- a) \$ 2 354.90 d) \$ 2 465.10
- b) \$ 2 379.90 e) \$ 2 644.70
- c) \$ 2 421.27
5. Al elaborar la tabla de amortización de un préstamo de \$10,000.00 a liquidar mediante 4 pagos iguales de \$2,754.90 a una tasa de interés anual efectiva del 4%, ¿cuál es el importe del saldo insoluto del préstamo después de efectuado el primer pago?
- a) \$ 7 355.30 d) \$ 7 620.10
- b) \$ 7 534.10 e) \$ 7 645.10
- c) \$ 7 578.73
6. Determinar el capital insoluto inmediatamente después de efectuar el tercer pago de \$2,754.90 sobre un adeudo de \$10,000.00 a liquidar mediante 4 pagos iguales de \$2,754.90, si se considera una tasa de interés del 4% anual.
- a) \$ 1 735.30 d) \$ 2 810.83
- b) \$ 1 939.26 e) \$ 7 351.06
- c) \$ 2 648.94
7. ¿Cuál es el importe del saldo insoluto después de efectuado el último pago para saldar una deuda?
- a) El monto de los pagos efectuados d) El total del adeudo
- b) El monto de los intereses e) El interés del último pago
- c) Cero



Unidad III. Anualidades



8. Para acumular \$110,000.00 en un plazo de 18 meses, la renta vencida que se debe depositar mensualmente con una tasa de interés del 15% convertible mensualmente es de:
- a) \$5,178.91 d) \$5,983.32
- b) \$5,200.00 e) \$6,111.11
- c) \$5,487.37
9. Para acumular \$110,000.00 en un plazo de 18 meses, con rentas mensuales de \$5,487.37 y una tasa de interés del 15% convertible mensualmente, ¿cuánto se llevará acumulado al realizar el depósito número 14?
- a) \$76,823.18 d) \$83,388.16
- b) \$77,888.66 e) \$86,041.96
- c) \$81,766.48
10. Cuántos años tardarán depósitos anuales de \$25,000.00 para acumular \$375,645.14, si otorgan una tasa de interés del 4% anual?
- a) 10 d) 14
- b) 11 e) 15
- c) 12



Unidad III. Anualidades



Lo que aprendí

En esta unidad comprendí que la amortización de deudas es cancelar una deuda y sus intereses mediante pagos periódicos y la importancia de crear fondos de amortización para constituir una reserva depositando cantidades en cuentas que generan intereses con el fin de acumular la cantidad o monto que permita pagar la deuda a su vencimiento, aprendí a elaborar tablas de amortización y de fondo de amortización, con sus respectivos intereses así como obtener la Renta, el valor actual y el monto.

Ejercicio

Tengo una deuda la cual pienso liquidar con 6 pagos mensuales de \$3,027.50 cada uno, los intereses de 36% con capitalización mensual, ya están incluidos en la renta. ¿Cuál fue el valor de mi deuda? ¿Cuánto pagare al final? ¿A cuánto ascienden los intereses?

Realiza esta actividad en un procesador de textos, guárdala en tu computadora y, una vez concluida, presiona el botón **Examinar**, localiza el archivo, selecciónalo y haz clic en **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.



Unidad III. Anualidades



GLOSARIO

Amortización

Proceso mediante el cual se extingue gradualmente una deuda.

Capital

Valor de dinero al inicio, llamado también principal.

Frecuencia de conversión

Número de veces que se capitaliza un capital en un año.

Renta

Depósito o pago periódico.

Saldo insoluto de capital

Saldo pendiente de amortizar en cualquier fecha.



Unidad III. Anualidades



MESOGRAFÍA

Referencias Bibliográficas

1. DIAZ MATA, Alfredo, Aguilera Gómez, Víctor M. “Interés simple” en Matemáticas Financieras, 4ta. Edición, Mc Graw Hill, México, 2007.
2. HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ, Abraham, “Interés Simple”, en Matemáticas Financieras, 3ra. Edición, ECAFSA, México, 1996
3. VIDAURRI AGUIRRE, Héctor Manuel, “Interés simple” en Matemáticas Financieras, 1ra. Edición, México, 1997.
4. VILLALOBOS, José Luis, “Interés simple” en Matemáticas Financieras, Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1993.

Sitios electrónicos

Sitio	Descripción
http://www.gestiopolis.com/recursos5/docs/fin/aplimexcel.htm	Aplicaciones financieras de Excel con matemáticas financieras
http://www.cobachsonora.edu.mx/orientaweb/uploads/Matfinancieras.pdf	Matemáticas financieras