UNIDAD 2

Sistemas de Numeración

Introducción a la unidad

Para la mayoría de nosotros el sistema numérico base 10 aparentemente es algo "natural", sin embargo si se establecen reglas de construcción basadas en otros dígitos, la posibilidad de contar con otras secuencias numéricas y sistemas numéricos, es posible. Las computadoras utilizan el sistema numérico binario. A diferencia del sistema decimal, el binario sólo utiliza dos dígitos: 0 y 1. Entender cómo se realizan las operaciones básicas aritméticas nos ayudará a entender como las computadoras procesan uno de los dos tipos de datos con los que las alimentamos, los numéricos.

El adquirir habilidad para el manejo de los sistemas binario, octal y hexadecimal, al igual que cuando se aprende a hablar otra lengua, no sólo significa cambiar la forma de expresar con diferentes señales o símbolos el mismo concepto, idea o entidad, sino adquirir la forma de construcción mental de dichas entidades y sus relaciones. Significa aprender a pensar de manera diferente, con diferente estructura y lógica. El lenguaje no solo nombra la realidad sino que la ordena, interpreta y finalmente la transforma. Obtener la habilidad para manejar cantidades binarias significa "pensar" o por lo menos estructurar procesos como lo hace la computadora. De esta manera, si nuestra labor profesional esta ligada a las computadoras, el entender la forma como interpretan y representan datos es una forma de poder comunicarnos y en consecuencia actuar sobre ellas.

En esta unidad abordamos de manera general qué son los sistemas numéricos. Todos tienen ciertas características que los hacen distinguirse como tales, es decir cumplen con algunas reglas de validación y estructura que los hicieron útiles a las culturas que los crearon. Podemos decir que por convención, es decir por acuerdo entre un grupo de personas, se reconoce a un mismo signo para una misma entidad o idea por todos aceptada. Con esto se crea la representación de ideas mediante símbolos. Los primeros elementos que le permitieron al hombre identificar "cantidades" diferentes fueron los dedos y de ahí la palabra dígito. La abstracción de la necesidad de medir dio origen a los números, pues estos ya no están asociados necesariamente a las tareas de medición, son abstracciones. Uno de estos sistemas es el binario y es el que emplean las computadoras en sus cálculos. Aunque el sistema numérico que utilizamos generalmente es el decimal, necesitamos comprender las reglas de conversión entre ambos y los sistemas que se relacionan directamente con el binario como son el octal y el hexadecimal.

Objetivo particular de la unidad

Reconocer los fundamentos teóricos de los sistemas numéricos binarios, octal, hexadecimal y decimal.

Utilizar métodos para realizar conversiones y operaciones con estos sistemas numéricos.

LO QUE SÉ

Responde de manera breve las siguientes preguntas:

1.- ¿Qué es un número?

2.- ¿Qué es un digito binario?

3.- ¿Qué es la notación extendida?

4.- ¿Qué es un exponente y una base?

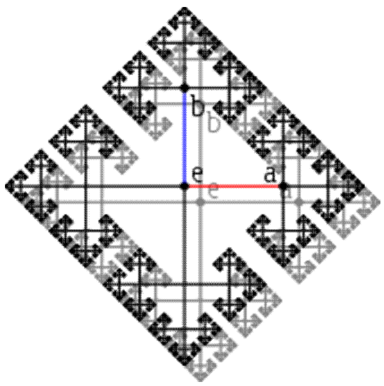
Realiza tu actividad en un procesador de textos, guárdala en tu computadora y una vez concluida, presiona el botón **Examinar.** Localiza el archivo, ya seleccionado, presiona **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.

Temas de la unidad II

Resumen de la unidad

La unidad esta dividida en dos temas. El primero describe la estructura algebraica para la construcción de cualquier número en un sistema base n que se puede aplicar a cualquier sistema numérico. Tenemos habilidad para reconocer de inmediato cualquier cifra en el sistema decimal sin necesidad de estar elaborando la notación extendida, esto es debido a que desde niños hemos estado en contacto con su construcción empleando el número 10 como base. Sin embargo, como se vio en la unidad anterior, la forma de representar cantidades y manejarlas en las computadoras es mediante los números binarios.

Las computadoras utilizan dispositivos electrónicos que pueden mantener dos estados de voltaje, alto y bajo, en consecuencia el sistema binario, aunque ya se había desarrollado desde el siglo XVIII, se empezó a aplicar en las computadoras en los años cuarentas del siglo pasado. Es importante en nuestro curso entender por lo tanto el funcionamiento de este sistema.



En el primer tema se describen la forma de conversión del sistema decimal al binario y por extensión, del sistema decimal a cualquier sistema de base diferente. El manejo de números binarios no nos es familiar, sin embargo el sistema hexadecimal, derivado fácilmente del binario, nos es más informativo. Le conversión entre estos dos sistemas y el octal es muy sencilla por lo que también se aborda en este tema. Finalmente se explica la conversión inversa, como pasar una cifra en base n a base diez y específicamente de base 2, 8 y 16 a base 10.

En el segundo tema se trata el fundamento de las operaciones aritméticas en base 10 y desde ahí se explican las diferentes operaciones básicas en diversos sistemas, para ello se desarrollan varios ejemplos en diferentes bases. Las operaciones explicadas son suma, resta, multiplicación y división.

Adicionalmente se presentan los conceptos de números signados, su relación y representación a partir del concepto complemento. Estos dos conceptos son importantes debido a que la operación de resta en el sistema binario y por lo tanto en las computadoras se realizan empleando el concepto de complemento a la base n y a la base disminuida n menos uno.

Tema 1. Conversiones entre bases

Objetivo del tema

Reconocer el sustento teórico de la representación de cualquier cifra en diferentes bases, así como podrá realizar las conversiones de números equivalentes entre bases diferentes, de base 10 a base n y de cualquier base a la base 10, haciendo énfasis de conversiones entre las bases 2, 8 y 16 a la base 10 y al contrario.

Desarrollo

La forma más comúnmente usada para realizar la conversión entre diferentes bases es utilizando el sistema posicional. En el sistema posicional, el valor significativo asignado a cada dígito es una cantidad que está en función a su posición.

En el sistema posicional, un número N se representa en cualquier base n por la ecuación

$$N = d_{p-1}n^{p-1} + d_{p-2}n^{p-2} + \cdots + d_0 n^0 + d_{-(q-1)}n^{-(q-1)} + d_{-(q-2)}n^{-(q-2)}$$

o en su forma compacta

$$N = \sum_{i=0}^{p-1} d_i n^i + \sum_{j=1}^{q} d_j n^{-(i)}$$

Donde:

d son los dígitos (coeficientes) del número
n la base del sistema
p el número de dígitos enteros
q el número de dígitos fraccionarios

En un número cualquiera, al dígito entero que se encuentre más a la derecha se le da el nombre de **“*menos significativo*”** y el que se encuentra más a la izquierda el de **“*más significativo*”.** En los dígitos fraccionales esta consideración sigue siendo válida.

+

Finalmente, la tabla de Equivalencias entre diferentes sistemas e Numeración, nos presenta una forma de relacionar el sistema posicional en cualquier base “n”, donde n = 2, 8, 10 y 16.

Equivalencias entre diferentes sistemas de Numeración

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Entre los sistemas de numeración más utilizados se encuentran los sistemas de numeración Decimal, Binario, Octal y Hexadecimal los cuales explicaremos a continuación en los **sistemas numéricos** (**ANEXO 1**)

ACTIVIDAD 1

1. Elabora una lista que incluya las definiciones de los seis conceptos que consideres más importantes en el desarrollo de la presentación.

2. Construye un mapa conceptual que interrelacione los diversos conceptos que mencionaste en el punto anterior.

Realiza tu actividad en el programa que te facilite su elaboración, guárdela en tu computadora y una vez concluida, presiona el botón **Examinar.** Localiza el archivo, ya seleccionado, presiona **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.

ACTIVIDAD 2

Realiza las siguientes conversiones, desarrolla cada uno de los ejercicios a lápiz y papel, una vez que los hayas resuelto, inserta los resultados.

Base 2 a base 10:

1. 1010100.001
2. 01010010.11
3. 010101000
4. 11111
5. 10000.0001.

Base 10 a base 2:

6. 36.29
7. 899.099
8. 10000.001
9. 2008.01

Base 16 a base 2:

10. AA38.8,
11. 10DA.98
12. 234.EE2
13. 7826.FFFFFFFFF

Autoevaluacion

Expresa en notación extendida los siguientes números en la ventana que se indica, desarrolla cada uno de los ejercicios a lápiz y papel, una vez que los hayas resuelto, inserta los resultados.

- $(1145234.003)_6$
- $(343461.653)_8$
- $(30043.45)_5$
- $(011010.00001)_2$

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas

Sitios electrónicos

Sitio	Descripción

Tema 2. Aritmética binaria

Objetivos del tema

Resolver operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en sistemas numéricos base 2, 4, 8 o 16.

Reconocer los conceptos de números signados y complementos a n y n menos 1.

Realizar restas utilizando el concepto de complemento.

Desarrollo

En una computadora digital, las operaciones aritméticas se realizan en el sistema binario porque el diseño y construcción de circuitos lógicos (ver Unidad 5. Temas 5 y 6) para realizar aritmética binaria es mucho más sencilla que para la aritmética decimal.

Operaciones Aritméticas con números en diferentes bases

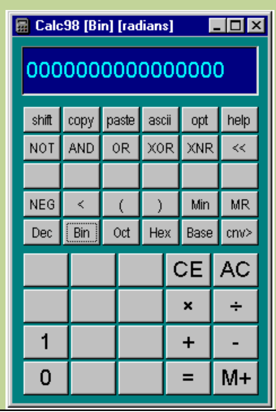
Las operaciones aritméticas básicas que se efectúan con los números en base decimal, también se pueden llevar a cabo en los sistemas de numeración de base n. Descarga el documento **Aritmética binaria**(**ANEXO 2**), en el cual se explica cómo se realiza la suma, resta, multiplicación y división en los sistemas de numeración binaria, octal y hexadecimal.

Complemento a la base y a la base disminuida

Los complementos se usan en las computadoras digitales para simplificar la operación de sustracción y para manipulaciones lógicas. Los complementos para cada sistema de base n son:

* El complemento a la base (n), y
* El complemento a la base disminuida (n-1)

Descarga el documento **Complemento a la base *n*** (**ANEXO 3**) en el cual te presentamos su desarrollo y una serie de ejemplos.



Representación de números con signo

Una computadora digital que procesa únicamente números positivos no es muy útil. La mayoría de las computadoras digitales trabajan con números signados (números positivos y números negativos). Las computadoras utilizan el método de complemento a dos para representar los números con signo (números signados).

Se presenta un número problema muy interesante si se desea conocer cuándo un número es negativo y cuándo es positivo. Una manera práctica que se emplea al diseñar una computadora digital es utilizar al bit más significativo del número para representar el signo. Un "1" en esa posición representa al signo negativo y un "0" representa al signo positivo.

0 xxx xxxx representa un número positivo de 7 bits
1 xxx xxxx representa un número negativo de 7 bits

La ventaja de usar este esquema para representar números signados es que no se necesitan circuitos digitales especiales para efectuar operaciones aritméticas. Únicamente se requiere una atención especial en la lógica de la programación con el bit de signo.

Para analizar esta representación de números signados, observemos las tres columnas de números de cuatro dígitos binarios de la Tabla Interpretación del signo La columna 1 se forma sumando 1 a partir de 0000. Observemos que cuando se suma 1 al número 1111 se pasa a 0000. Recuerda que los números son de 4 dígitos, por eso se ignora el quinto del bit del resultado. Por lo tanto sin considerar el último bit como signo se tienen 16 números binarios desde $(0000)_2$ a $(1111)_2$.

Tabla Interpretación del signo

1111	1 111	0111
1110	1 110	0110
1101	1 101	0101
1100	1 100	0100
1011	1 011	0011
1010	1 010	0010
1001	1 001	0001
1000	1 000	0000
0111	0 111	1111
0110	0 110	1110
0101	0 101	1101
0100	0 100	1100
0011	0 011	1011
0010	0 010	1010
0001	0 001	1001
0000	0 000	1000
Columna 1	Columna 2	Columna 3

En columna 2 de la *Tabla Interpretación del signo* se forman dos grupos de 8, la diferencia es el bit más significativo. Si utilizamos al bit más significativo para el bit de signo, la parte superior de la columna 2 forma los números negativos y la parte inferior forma los números positivos.

Por otro lado hemos observado que si al número $(1111)_2$ (de la columna 2) se le suma 1 se obtiene $(0000)_2$ ó $(0)_{10}$ por lo que reconocemos al número binario 1111 con el número decimal -1, al número binario 1110 como decimal -2, etc. y al 1000 como -8.

Con este resultado, si al grupo de los números negativos lo colocamos debajo del número 000 se obtiene la columna 3 de la tabla 2.2. Abajo del $(0000)_2$ ó $(0)_{10}$ tendremos ahora el número $(1111)_2$ ó $(-1)_{10}$ y arriba del $(0000)_2$ el número $(0001)_2$ ó $(+1)_{10}$.

Si consideramos al cero como número positivo, tendremos una cantidad de números negativos igual a la cantidad de números positivos más uno, es decir, con cuatro dígitos binarios tendremos del 1_{10} al 7_{10} (8 dígitos positivos) y del
-1_{10} al -8_{10} (8 dígitos negativos).

Este método se puede extender a cualquier cantidad de dígitos binarios. La *tabla Representación de números en diferentes bases con signo* está formada por números binarios de 8 bits con signo.

Tabla Representación de números en diferentes bases con signo.

Binario	Octal	Hexadecimal	Decimal
0111 1111	177	7F	+ 127
0111 1110	176	7E	+ 126
0111 1101	175	7D	+ 125
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
0000 0010	002	02	+ 2
0000 0001	001	01	+ 1
0000 0000	000	00	0
1111 1111	377	FF	- 1
1111 1110	376	FE	- 2
1111 1101	375	FD	- 3
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
1000 0010	202	82	- 126
1000 0001	201	81	- 127
1000 0000	200	80	- 128

A partir de la *tabla Representación de números en diferentes bases con signo* se observa que los números de 377 a 200 en el sistema octal y de FF a 80 en el sistema hexadecimal son negativos. El tercer dígito de los números en el sistema decimal es únicamente de dos bits, ya que estamos trabajando con ocho bits

Operaciones aritméticas con números asignados

En esta sección presentamos las operaciones aritméticas números principalmente con signo negativo y en base 2 y base 16, ya que dichas bases son las más utilizadas. Para ello realiza la lectura sobre **Operaciones aritméticas**(**ANEXO 4**)

ACTIVIDAD 1

Realiza las operaciones de suma y multiplicación de los siguientes números directamente en las bases especificadas.

- (2311)4 y (331)4
- (423)8 y (701)8
- (112.4)6 y (5.5)6

Realiza tu actividad en un procesador de textos, guárdela en tu computadora y una vez concluida, presiona el botón **Examinar.** Localiza el archivo, ya seleccionado, presiona **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.

ACTIVIDAD 2

Convierte los siguientes números decimales a binarios, octales y hexadecimales, desarrolla cada uno de los ejercicios a lápiz y papel, una vez que los hayas resuelto, inserta los resultados.

- 8945.75
- 763.5
- 8749.9

Bibliografía básica

Autor	Capítulo	Páginas

Sitios electrónicos

Sitio	Descripción

LO QUE APRENDÍ

Contesta las siguientes preguntas, da una justificación.

Realiza tu actividad en un procesador de textos, guárdela en tu computadora y una vez concluida, presiona el botón **Examinar.** Localiza el archivo, ya seleccionado, presiona **Subir este archivo** para guardarlo en la plataforma.

1. ¿Los conocimientos vistos en este tema proporcionan elementos para entender cómo realiza operaciones aritméticas una computadora?
2. ¿Cómo puedo aplicar los conocimientos adquiridos en mi desempeño profesional?
3. ¿Considero que he adquirido la comprensión del funcionamiento de sistemas numéricos empleados en los sistemas informáticos?
4. Obtén el resultado de los siguientes ejercicios utilizando complementos y verifica los resultados convirtiendo a base 10 y obteniendo asimismo los resultados empleando complementos a r y a r-1

   1.- (10001)2-(10000)2

   2.-(75632)8-(65372)8

   3.- (67DF4)16-(AB23)16

Glosario de la unidad

Base de un sistema numérico.

La cantidad de dígitos diferentes en un sistema numérico necesarios para representar cualquier cantidad válida en ese sistema. En un sistema posicional de generación de números, la base es el digito que se toma como factor y que está afectado por el coeficiente y el exponente.

Cantidad.

Es la representación de la valoración de una magnitud física y es el resultado de una medición.

Coeficiente.

Factor multiplicativo que afecta a un dígito base.

Conversión.

Transformación de un número en una base a otra diferente.

Dígito.

Cada una de las cifras o representaciones diferentes utilizadas en un sistema numérico. El sistema binario solo utiliza dos dígitos, el cero y el uno, mientras que el sistema decimal utiliza 10 dígitos.

Exponente.

Dígito que representa la cantidad de veces que el dígito base debe ser tomado como factor. Se ubica como un superíndice del digito base.

Nomenclatura.

Listado de voces técnicas de un área del conocimiento. Es la forma metódica como representamos los elementos de un conjunto.

Notación.

Sistema de signos concretos que adoptamos para representar conceptos de una especialidad. En el caso de los sistemas numéricos la notación emplea los dígitos, el valor posicional y el uso de los conceptos base, exponente y coeficiente.

Notación extendida.

Forma de representar un número en un sistema posicional expresando los elementos de acuerdo a su valor posicional. Por ejemplo el número 324 en el sistema decimal en notación extendida es $3X10^2+2X10^1+4X10^{0.}$

Número.

Entidad abstracta que representa una cantidad o magnitud. Su origen es la medición de alguna dimensión física, sin embargo el número como abstracción tiene valor en sí mismo.

Números reales.

Conjunto de números que incluye tanto a los números racionales como a los irracionales, es decir los que se pueden representar como un cociente de dos números así como los que tienen una cantidad infinita de cifras no repetitiva en su parte decimal.

Símbolos.

Representación perceptible de una idea o concepto y convencionalmente aceptada. Es la forma como expresamos o comunicamos una entidad abstracta.

Sistema binario.

Sistema numérico definido por los dígitos 0 y 1. Es utilizado en las microcomputadoras debido a que los dispositivos electrónicos manejan solo dos estados para la representación de números.

Sistema decimal.

Sistema numérico cuya base es el 10. Es el sistema al que estamos acostumbrados a manejar y que se nos hace fácil su manejo. Es un sistema posicional.

Sistema hexadecimal.

Sistema numérico definido por 15 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E y F. Debido a la facilidad de conversión con el sistema binario, se utiliza para representar cantidades de manera más fácil y que puede manejar la computadora.

Sistema numérico.

Conjunto de símbolos y reglas de asociación con los que se pueden generar cantidades válidas para el conjunto definido por el sistema.

Sistema octal.

Sistema numérico cuya base es el 8. Los dígitos permitidos en este sistema son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Debido a la facilidad de conversión del sistema octal con el binario, podemos identificar fácilmente secuencias de dígitos binarios mediante el sistema octal y viceversa.

Valor posicional.

Es el valor que adquieren los coeficientes debido a la posición que ocupan en la secuencia del número. Existen los sistemas no posicionales en los cuales la posición no afecta el valor del digito, por ejemplo el sistema de numeración romano. Un ejemplo de sistema posicional es el decimal. El primer dígito corresponde a las unidades, el segundo a las decenas, el tercero a las centenas, etc.

MESOGRAFÍA

Bibliografía básica

Bibliografía complementaria

Sitios electrónicos

(ANEXO 1)

SISTEMAS NUMÉRICOS

Sistema Decimal

El sistema decimal emplea diez diferentes dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9). Por esto se dice que la “base” del sistema decimal es diez. Para representar números mayores a 9, se combinan dos o más dígitos base, y cada uno de éstos tendrá un valor según la posición que ocupe. El sistema decimal se representa en forma posicional por medio de la ecuación (2.1), con n = 10 y donde d puede representar cualquier dígito entre 0 y 9.

Ejemplo   Representar el número $(425)_{10}$ en forma posicional.

Solución   Utilizando la ecuación (2.1) con 3 dígitos enteros (p = 3) y 0 dígitos fraccionarios (q = 0).

$$
\begin{aligned}
425 &= \sum_{i=0}^{3-1} d_i 10^i + \sum_{j=1}^{0} d_j 10^{-(i)} \\
&= [d_0 10^0 + d_1 10^1 + d_2 10^2] \\
&= [5x10^0 + 2x10^1 + 4x10^2] \\
&= [5x1 + 2x10 + 4x100] = [5 + 20 + 400] = 425
\end{aligned}
$$

Ejemplo   Representar el número $(3637.25)_{10}$ en forma posicional

Solución   Utilizando la ecuación (2.1) con 4 dígitos enteros (p = 4) y 2 dígitos fraccionarios (q = 2).

$$3637.25 = \sum_{i=0}^{4-1} d_i 10^i + \sum_{j=1}^{2} d_j 10^{-(i)}$$
$$= [d_0 10^0 + d_1 10^1 + d_2 10^2 + d_3 10^3] + [d_{-1} 10^{-1} + d_{-2} 10^{-2}]$$
$$= [7x10^0 + 3x10^1 + 6x10^2 + 3x10^3] + [2x10^{-1} + 5x10^{-2}]$$
$$= [7x1 + 3x10 + 6x100 + 3x1000] + [2/10 + 5/100]$$
$$= [7 + 30 + 600 + 3000] + [0.2 + 0.05] = 3637.25$$

Conversión de decimal a binario

El método utilizado para convertir un número decimal a binario es el método de divisiones sucesivas. Este método consiste en los pasos siguientes:

1. Dividir el número decimal entre 2
2. El residuo (uno o cero) es el dígito menos significativo, el cual se almacena en un arreglo unidimensional.
3. Dividir entre 2 el cociente de la división anterior, pero ahora el residuo se coloca en la siguiente posición de más significación.
4. Repetir el paso anterior y el residuo se coloca en la siguiente posición de más significativo (valor posicional).
5. Repetir el paso anterior hasta obtener un cociente de cero.
6. Los números en el arreglo unidimensional se muestran de abajo hacia arriba.

Ejemplo Convertir a binario el número $(173)_{10}$ a base 2

Solución

173	2
86	1
43	0
21	1
10	1
5	0
2	1
1	0
0	1

finalmente el número $(173)_{10}$ = $(10101101)_{2.}$

Ejemplo Convertir a binario el número $(3129)_{10}$ a base 2

Solución

3129	2
1564	1
782	0
391	0
195	1
97	1
48	1
24	0
12	0
6	0
3	0
1	1
0	1

Por lo tanto $(3129)_{10} = (110000111001)_2$

CONVERSIÓN DE DECIMAL A OCTAL

Para realizar la conversión de base 10 a base 8 se tienen dos métodos.

Primer Método

Este método consiste en convertir el número decimal a número binario y luego de binario a base octal. La conversión de base 10 a base 2 se realiza por el método de divisiones sucesivas y luego el resultado lo convertimos a base 8, es decir:

$$[\quad]_{10} \longrightarrow [\quad]_{2} \longrightarrow [\quad]_{8}$$

Ejemplo Convertir el número $(153)_{10}$ a base $()_8$

Solución

Para este ejemplo, convertimos el número $(153)_{10}$ a base 2 utilizando el método de divisiones sucesivas y posteriormente realizamos la conversión de base 2 a base 8 utilizando la tabla 2.1.

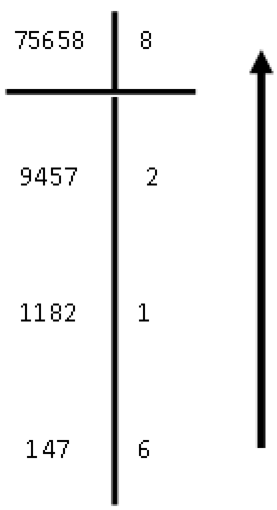
$(153)_{10}$ ---------- $(010 \quad 011 \quad 001)_2$ --------------$(2\ 3\ 1)_8$

Segundo Método: Método de las divisiones sucesivas

Este método consiste en dividir el número decimal entre 8 hasta que el cociente sea igual a cero.

Ejemplo Convertir el número $(75658)_{10}$ a base $()_8$

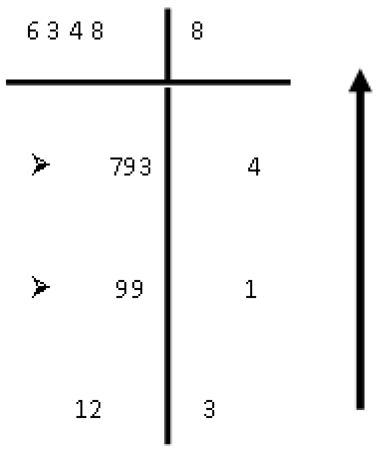
Solución



por lo tanto $(75658)_{10} = (223612)_8$

Ejemplo Convertir el número $(6348)_{10}$ a $()_8$

Solución

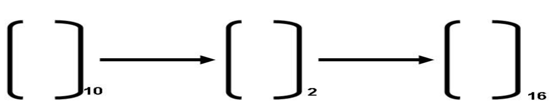


Finalmente obtenemos la conversión deseada $(6348)_{10} = (14314)_8$.

CONVERSIÓN DE BASE DECIMAL A BASE HEXADECIMAL

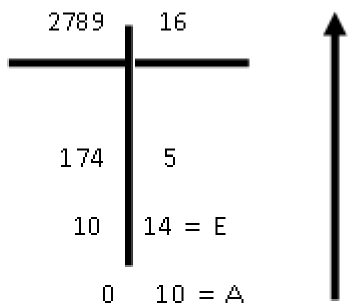
Para realizar la conversión de base 10 a base 16 se tienen los mismos métodos que el inciso anterior.

El primer método consiste en convertir el número en base 10 a base 2 y luego de base 2 a base 16, es decir:



Ejemplo Convertir el número $(2789)_{10}$ a base $()_{16}$

Solución

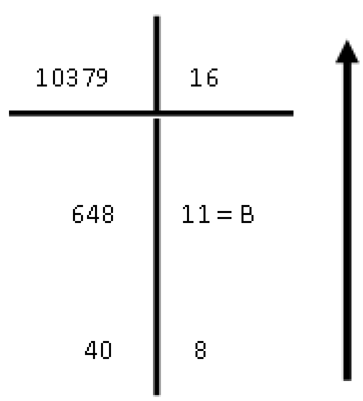


Por lo tanto $(2789)_{10} = (AE5)_{16}$.

El segundo método, es el método de las divisiones que se utilizó en la conversión decimal a binario, pero dividiendo entre 16.

Ejemplo Convertir el número $(10379)_{10}$ a base $(\ )_{16}$

Solución



Por lo tanto $(10379)_{10}$ = (288B) 16

Ejemplo Convertir el número $(39664)_{10}$ a base $(\ )_{16}$

Solución

39664	16
2479	0
154	15 = F

Por lo tanto $(39664)_{10} = (9AF0)_{16}$

SISTEMA BINARIO

El sistema binario emplea sólo dos dígitos base (0 y 1) para representar un número, su base es 2. Para representar números mayores a 1, se combinan dos o más dígitos base, y cada uno de éstos tendrá un valor según la posición que ocupe. El sistema binario se representa en forma posicional por medio de la ecuación (2.1), con n = 2 y d puede representar solo los números 0 y 1.

Ejemplo Representar el número $(1010)_2$ en forma posicional

Solución El $(1010)_2$ tiene 4 dígitos enteros (p = 4) y 0 dígitos fraccionarios (q = 0) y a partir de la ecuación (2.1) la forma posicional de dicho número es la siguiente:

$$(1010)_2 = \sum_{i=0}^{4-1} d_i\, 2^i + \sum_{j=1}^{0} d_{-j}\, 2^{-(i)}$$
$$= d_0\, 2^0 + d_1 2^1 + d_2\, 2^2 + d_3\, 2^3 + d_4\, 2^4$$
$$= 0x2^0 + 1x2^1 + 0x2^2 + 1x2^3$$
$$= 0x1 + 1x2 + 0x4 + 1x8 = 0 + 2 + 0 + 8 = 10$$

el cual es equivalente en el sistema decimal a $(10)_{10}$.

Ejemplo Representar el número $(10111.101)_2$ en forma posicional.

Solución Utilizando la ecuación (2.1) la forma posicional de dicho número con 5 dígitos enteros (p = 5) y 3 dígitos decimales (q=3) es la siguiente:

$$(10111.101)_2 = \sum_{i=0}^{5-1} d_i\, 2^i + \sum_{j=1}^{3} d_{-j}\, 2^{-(i)}$$
$$= d_0\, 2^0 + d_1 2^1 + d_2\, 2^2 + d_3\, 2^3 + d_4\, 2^4 + d_{-1} 2^{-1} + d_{-2}\, 2^{-2} + d_{-3}\, 2^{-3}$$
$$= 1x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3 + 1x2^4 + 1x2^{-1} + 0x2^{-2} + 1x2^{-3}$$
$$= 1x1 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x16 + 1/2 + 0/4 + 1/8$$
$$= 1 + 2 + 4 + 0 + 16 + 0.5 + 0 + 0.125$$

El cual es equivalente en el sistema decimal a el número $(23.625)_{10}$.

Conversión de binario a decimal

Para convertir un número binario (base 2) a decimal (base 10) se utiliza la ecuación general (2.1).

Ejemplo Convertir el número $(11011)_2$ a decimal

Solución

$$11011 = 1x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$$

$$= 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27$$

Por lo tanto el número $(11011)_2 = (27)_{10}$.

Solucion

Se forman los bloques de 4 bits cada a partir del punto decimal

$$\underbrace{11}\quad \underbrace{1010}\quad \underbrace{1011}$$

En el tercer bloque faltan 2 bits se completa con ceros.

$$\underbrace{0011}\quad \underbrace{1010}\quad \underbrace{1011}$$

Se sustituye cada uno de los bloques por su equivalente en base 16 utilizando la tabla 2.1

$$\underbrace{0011}_{\mathbf{3}}\quad \underbrace{1010}_{\mathbf{A}}\quad \underbrace{1011}_{\mathbf{B}}$$

Por lo tanto el número $(1110101011)_2 = (3AB)_{16}$.

SISTEMA OCTAL

El sistema octal emplea 8 dígitos base (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7) para representar un número, su base es 8 lo cual es potencia de 2 por lo que la conversión a la base binaria es directa. Para representar números mayores a 7, se combinan dos o más dígitos base, y cada uno de éstos tendrá un valor según la posición que ocupe. El sistema octal también se puede representar en forma posicional por medio de la ecuación (2.1), con n = 8 y d puede representar los dígitos del 0 al 7.

Ejemplo Representar el número $(7410)_8$ en forma posicional

Solución Utilizando la ecuación (2.1) la forma posicional de dicho número es la siguiente:

$$(7410)_8 = \sum_{i=0}^{4-1} d_i 8^i + \sum_{j=1}^{0} d_{-j} 8^{-(i)}$$
$$= d_0 8^0 + d_1 8^1 + d_2 8^2 + d_3 8^3$$
$$= 0x8^0 + 1x8^1 + 4x8^2 + 7x8^3$$
$$= 0x1 + 1x8 + 4x64 + 7x512 = 0 + 8 + 256 + 3584 = 3848$$

que equivale al número decimal $(3848)_{10}$, y

al número binario = $(111 \quad 100 \quad 001 \quad 000)_2 = (7\ 4\ 1\ 0)_8$

Ejemplo Represente el número octal 4725.451 en forma posicional

Solución Utilizando la ecuación (2.1) con p = 4 dígitos enteros y q = 3 dígitos fraccionarios, la forma posicional de dicho número es la siguiente:

$$4725.451 = \sum_{i=0}^{3} d_i 8^i + \sum_{j=1}^{3} d_j 8^{-(i)}$$
$$= [d_0 8^0 + d_1 8^1 + d_2 8^2 + d_3 8^3] + [d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + d_{-3} 8^{-3}]$$
$$= [5x8^0 + 2x8^1 + 7x8^2 + 4x8^3] + [4x8^{-1} + 5x8^{-2} + 1x8^{-3}]$$
$$= [5x1 + 2x8 + 7x64 + 4x512] + [4/8 + 5/64 + 1/512]$$
$$= [5 + 16 + 448 + 2048] + [0.5 + 0.78125 + 0.001953125]$$
$$= 2517 + 1.283203125$$
$$= 2518.283293125$$

que equivale al número decimal $(2518.283293125)_{10}$.

Conversión de octal a decimal

Para convertir un número octal a base 10 se puede realizar utilizando la ecuación 2.1

Ejemplo Convertir el número $(254)_8$ a base 10

Solución

$$(254)_8 = 2x8^2 + 5x8^1 + 4x8^0 = 128 + 40 + 4$$

por lo tanto $(254)_8 = (172)_{10}$

Conversión de octal a binario

Debido a que la base 8 y la base 2 están relacionadas ($8 = 2^3$), la conversión al sistema binario es directa. El procedimiento es reemplazar cada dígito octal por sus tres dígitos binarios equivalentes utilizando la tabla 2.1.

Ejemplo Convertir el número $(567)_8$ a binario (base 2)

Solución

A partir de la tabla 2.1 vemos que el número $(567)_8$ está compuesto por

$(5)_8 = (101)_2$ $(6)_8 = (110)_2$ $(7)_8 = (111)_2$

que al realizar la conversión tenemos lo siguiente:

$(567)_8 = (101\ \ 110\ \ 111)_2$

Conversión de octal a hexadecimal

La conversión de octal a hexadecimal consiste en

- Pasar cada uno de los dígitos que forman el número a base 2.
- Formar bloques de 4 bits cada uno, tanto a la derecha como a la izquierda del punto decimal.
- Sustituir cada uno de los bloques por su equivalente en base 16 utilizando la tabla 2.1.

Ejemplo   Convertir el número $(557)_8$ a hexadecimal (base 16)

Solución

A partir de la tabla 2.1 vemos que el número $(557)_8$ está compuesto por

$(5)_8 = (101)_2$ $(5)_8 = (101)_2$ $(7)_8 = (111)_2$

A continuación se divide el número en bloques de 4 bits cada uno

1   0110   1111

Sustituyendo cada uno de los bloques por su equivalente en base 16 utilizando la tabla 2.1.

$$\underbrace{0001}_{1} \quad \underbrace{0110}_{6} \quad \underbrace{1111}_{F}$$

$$(557)_8 = (16F)_{16}$$

Conversión de hexadecimal a decimal

Para convertir un número de base hexadecimal a base 10 podemos utilizar la ecuación 2.1

Ejemplo Convertir a el número $(A2E4)_{16}$ a base 10

Solución

$$(A2E4)_{16} = Ax16^3 + 2x16^2 + Ex16^1 + 4x16^0 =$$
$$= 10x16^3 + 2x16^2 + 14x16^1 + 4x16^0$$
$$= 40960 + 512 + 224 + 4 = (41700)_{10}$$

finalmente tenemos que el número $(A2E4)_{16} = (41700)_{10}$

Conversión de hexadecimal a binario

La conversión de hexadecimal a binario es directa, debido a que ambas bases están relacionadas ($16 = 2^4$). El procedimiento es reemplazar cada dígito hexadecimal por sus cuatro dígitos binarios equivalentes con el apoyo de la tabla 2.1

Ejemplo Convertir el número $(48A)_{16}$ a base $()_2$

Solución

A partir de la tabla 2.1 tenemos lo siguiente

$(4)_{16} = (0100)_2$ $(8)_{16} = (1000)_2$ $(A)_{16} = (1010)_2$

finalmente obtenemos la conversión deseada

$(48A)_{16} = (010010001010)_2$

Conversión de hexadecimal a octal

La conversión de hexadecimal a octal consiste de los pasos siguientes:

- Cada dígito en hexadecimal se sustituye por sus equivalentes 4 bits binarios, utilizando la tabla 2.1.
- Se divide el número en bloques de 3 dígitos hacia la derecha como a la izquierda a partir del punto decimal.
- Se sustituye cada uno de los bloques por su equivalente en base 8 utilizando la tabla 2.1.

Ejemplo Convertir el número $(48A)_{16}$ a base $()_8$

Solución

A partir de la tabla 2.1 tenemos lo siguiente

$(4)_{16} = (0100)_2$ $(8)_{16} = (1000)_2$ $(A)_{16} = (1010)_2$

Se divide el número en bloques de 3 dígitos a partir del punto decimal

010 010 001 010

Se sustituye cada uno de los bloques formados por su equivalente en base 8 utilizando la tabla 2.1

$$\underbrace{010}_{2}\ \underbrace{010}_{2}\ \underbrace{001}_{1}\ \underbrace{010}_{2}$$

Finalmente, el resultado de la conversión es

$$(48A)_{16} = (2212)_{8}$$

Algoritmo para la conversión de números decimales a otra base (2,8 y 16)

La conversión de números decimales a otra base (por ejemplo, base 2, 8 ó 16) se puede realizar por el método de multiplicaciones sucesivas por la base. Esto método consiste en los pasos siguientes:

1. Multiplicar el número decimal por la base a la que de desea convertir.
2. Dividir el resultado en su parte fraccionaria (f_i) y en su parte entera (d_{-i}),
3. Multiplicar la parte f_i por la base a convertir.

La parte fraccionaria del resultado es f_2 y la parte entera es d_{-2}.

4. Repetir el proceso hasta que f_m es cero o hasta que se considere que la conversión es lo suficientemente exacta.

Esto se podrá entender con una serie de ejemplos que a continuación se presentan.

Ejemplo Convertir el número $(0.4375)_{10}$ a binario

Solución

$0.4375 \times 2 = 0.8750 \quad = 0.0875 + 0 \quad d_{-1} = 0$

$0.8750 \times 2 = 1.7500 \quad = 0.7500 + 1 \quad d_{-2} = 1$

$0.7500 \times 2 = 1.5000 \quad = 0.5000 + 1 \quad d_{-3} = 1$

$0.5000 \times 2 = 1.0000 \quad = 0.0000 + 1 \quad d_{-4} = 1$

finalmente el número $(0.4375)_{10} = (0.0111)_2$

Ejemplo Convertir el número $(0.6328125)_{10}$ a base 8

Solución

$$0.6328125 \times 8 = 5.0625 = 0.0625 + 5 \qquad d_{-1} = 5$$

$$0.0625 \times 8 = 0.5000 = 0.5000 + 0 \qquad d_{-2} = 0$$

$$0.5000 \times 8 = 4.0000 = 0.0000 + 4 \qquad d_{-3} = 4$$

finalmente el número $(06328125)_{10} = (504)_8$

Ejemplo Convertir el número $(0.6328125)_{10}$ a base 16

Solución

$$0.6328125 \times 16 = 10.1250 = 0.1250 + 10 \qquad d_{-1} = 10 = A \text{ (en base 16)}$$

$$0.1250 \times 16 = 2.0000 = 0.0000 + 2 \qquad d_{-2} = 2$$

finalmente $(06328125)_{10} = (A2)_{16}$

Algoritmo para la conversión de fracciones de cualquier base (2,8 y 16) a base decimal

La conversión de fracciones de una base b a decimal se puede realizar por el método de división. Este método se puede describir como sigue:

1. Dividir el dígito menos significativo por la base b. El cociente es M_1.
2. Sumar el cociente M_1 con el dígito que sigue en significación y dividir por la base. El cociente es M_2.

3. Continuar el proceso hasta que se suma el dígito fraccional más significativo y se divide por la base. El último cociente es M_n.

Esto se podrá entender con una serie de ejemplos que a continuación se presentan.

Ejemplo Convertir a decimal el número $(0.10101)_2$

Solución

El dígito menos ignificativo es 1

M1 = 1/2 = 0.5
M2 = (0.5 + 0)/2 = 0.25
M3 = (0.25 + 1)/2 = 0.625
M4 = (0.625 + 0)/2 = 0.3125
M5 = (0.3125 + 1)/2 = 0.65625

finalmente $(0.10101)_2 = (0.65625)_{10}$

Ejemplo Convertir a decimal el número $(0.F6B)_{16}$

Solución

El dígito menos significativo es 1

M1 = 11/16 = 0.6875
M2 = (0.6875 + 2)/16 = 0.16796875
M3 = (0.16796875 + 6)/16 = 0.3855
M4 = (0.3855 + 15)/16 = 0.96159

Finalmente $(0.F62b)_{16}$ = $(0.96159)_{10}$.

SISTEMA DE BASE “n”

El sistema de base *n* más ampliamente usado para el diseño y construcción de pequeños sistemas digitales hasta una computadora digital (con 2^n procesadores) es el sistema binario es por su facilidad de trabajar únicamente entre dos estados (“0” y “1”), pero para la programación de dichos sistemas digitales o computadoras digitales se utilizan los sistemas binario, octal, decimal y hexadecimal. Pero existen otros sistemas de base n, donde n puede ser un número entero positivo mayor que 1, y que cumplen con las mismas características de los sistemas de base 2, 8, 10 y 16 como son: presentarse como un sistema de numeración posicional y cumplir con las reglas de la aritmética decimal.

El principal inconveniente de estos sistemas de base n (por ejemplo n = 5 ó 7) es que no tienen una aplicación práctica para el diseño de circuitos digitales ni mucho menos para computadora digital.

Como se mencionó anteriormente existen otros sistemas de base n = 3, 5, 6, etc., que se pueden representar en un sistema posicional, además de que permiten realizar las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división. En esta sección vamos a presentar el caso del sistema de base n = 5, pero se puede extender a cualquier otra base.

El sistema de base 5 emplea cinco diferentes dígitos (0, 1, 2, 3 y 4). Para representar números mayores a 5, se combinan dos o más dígitos base y cada uno de éstos tendrá un valor según la posición que ocupe. El sistema de base 5 se representa en forma posicional por medio de la ecuación (2.1), con n = 5 y donde d puede representar cualquier dígito entre 0 y 4.

Ejemplo Representar el número $(14432)_5$ en forma posicional.

Solución Utilizando la ecuación (2.1) con 5 dígitos enteros (p = 5) y 0 dígitos fraccionarios (q = 0).

$$
\begin{aligned}
(14432)_5 &= \sum_{i=0}^{5-1} d_i 5^i + \sum_{j=1}^{0} d_j 5^{-(i)} \\
&= [d_0 5^0 + d_1 5^1 + d_2 5^2 + d_3 5^3 + d_4 5^4] \\
&= [2x5^0 + 3x5^1 + 4x5^2 + 4x5^3 + 1x5^4] \\
&= [2 + 15 + 100 + 500 + 625] = (1242)_{10}
\end{aligned}
$$

La conversión de base 10 a base 5 también se puede realizar utilizando el algoritmo de divisiones sucesivas como se muestra a continuación con un ejemplo.

Ejemplo Convertir a binario el número $(1242)_{10}$ a base 5

Solución

1242	5
248	2
49	3
9	4
1	4
0	1

Además, con este sistema de base 5, también se pueden realizar las operaciones aritméticas básicas como se muestra a continuación:

Suma en base 5

Comprobación

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\;\;1\;\;\; \\
\hline
 & (4\;2\;3)_5 \\
+ & (2\;4\;0)_5 \\
\hline
 & (1\;2\;1\;3)_5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & (1\;1\;3)_{10} \\
+ & (7\;0)_{10} \\
\hline
 & (1\;8\;3)_{10}
\end{array}
$$

Multiplicación en base 5

Comprobación

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\;\;1\;\;\; \\
\hline
 & (4\;3)_5 \\
\times & (2)_5 \\
\hline
 & (1\;4\;1)_5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & (2\;3)_{10} \\
\times & (2)_{10} \\
\hline
 & (4\;6)_{10}
\end{array}
$$

División en base 5

En la división en base 5 los únicos cinco dígitos posibles tanto en el cociente como en el residuo son 0, 1, 2, 3 y 4. La división en base 5 se puede efectuar utilizando el mismo procedimiento que se utiliza en la división decimal.

Ejemplo Realizar la operación siguiente $(1242)_{10}$ / $(89)_{10}$ en base 5.

Solución Convertimos los números de base 10 a base 5, con lo cual tenemos

Comprobación

$$
\begin{array}{r|l}
 & (2\ \ 3)_5 \\
\hline
(324)_5 & -\ (1\ 4\ 4\ 3\ 2)_5 \\
 & \ \ \ 1\ 1\ 0\ 3 \\
\hline
 & \ \ \ \ \ 2\ 4\ 0\ 2 \\
 & -\ \ 2\ 0\ 3\ 2 \\
\hline
 & (3\ \ 2\ \ 0)_5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
 & (1\ 3)_{10} \\
\hline
(89)_{10} & -\ (1\ 2\ 4\ 2)_{10} \\
 & \ \ \ 8\ 9 \\
\hline
 & \ \ \ 3\ 5\ 2 \\
 & -\ 2\ 6\ 7 \\
\hline
 & (8\ 5)_{10}
\end{array}
$$

(ANEXO 2)

ARITMÉTICA BINARIA

- Suma

La suma en cualquier sistema de numeración (2, 8, 10, ó 16) se reduce a los cuatro casos siguientes:

positivo	positivo	negativo	negativo
+	+	+	+
positivo	negativo	positivo	negativo

En este momento nos enfocaremos al caso de sumar dos números positivos.

- Suma en base 2

Para realizar la suma de dos números binarios se usan las siguientes cuatro reglas fundamentales.

0	1	0	1
+ 0	+ 0	+ 1	+ 1
-------	-------	-------	--------
0 0	**0** 1	**0** 1	**1** 0
C S	**C** S	**C** S	**C** S

Donde:

S es el resultado de sumar el Sumando (Augendo) y el Adendo, y
C es el acarreo que se produce al realizar la suma.

Suma de dos números binarios positivos

Ejemplo. Realice la operación siguiente: $(0101)_2 + (1011)_2$

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

Comprobación

```
      1   1 1 1
  ------------------
          0 1 0 1          (  5  )10
    +                    +
          1 0 1 1          ( 11  )10
    ___________          ___________
      1   0 0 0 0          ( 16 )10
```

Ejemplo. Realice la operación siguiente: $(10111)_2 + (11001)_2 + (10011)_2$

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

Comprobación

```
      1
   1  1  1    1    1    1
  --------------------------
            1   0   1   1   1            ( 23 )10
  +         1   1   0   0   1        +   ( 25 )10
            1   0   0   1   1            (19 )10
   ____________________________       ___________
   1  0  0    0    0    1    1           ( 67 )10
```

Ejemplo. Realice la operación indicada. $(1\ \ 1\ \ \ 1\ \ 1\ \ \ 1)_2 + (1\ \ 1\ \ 1\ \ \ 1\ \ \ 1\ \ \ 1)_2$

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

									Comprobación
		1	1	1	1	1			
	1	1	1	1	1	1			
			1	1	0	0	1		$(25)_{10}$
			0	0	1	1	1		$(7)_{10}$
+			1	0	0	1	1	+	$(19)_{10}$
			1	1	1	0	1		$(29)_{10}$
	1	0	1	0	0	0	0		$(80)_{10}$

Para el caso de la suma de números fraccionarios se utilizan las mismas 4 reglas anteriores.

Suma de dos números fraccionarios positivos

Ejemplo. Realice la suma siguiente: $(0.84375)_{10} + (0.28125)_{10}$

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

			Comprobación
	0 1 1 1 1		
	0 . 1 1 0 1 1		$(0.84375)_{10}$
+		+	
	0 . 0 1 0 0 1		$(0.28125)_{10}$
	0 1 . 0 0 1 0 0		$(1.125)_{10}$

Ejemplo. Realice la suma siguiente:

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

		Comprobación
1 1 1 1 1 1 1		(lleva o acarreo)
1 1 0 1. 1 0 1 1		$(13.6875)_{10}$
+ 1 0 1 1. 0 1 1 0	+	$(11.3750)_{10}$
1 1 0 0 1. 0 0 0 1		$(25.0625)_{10}$

Ejemplo. Realice la siguiente suma:

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

		Comprobación
1		
1 1 1 1 1 1		(lleva o acarreo)
1 0 1 . 1 1		$(5.75)_{10}$
+ 1 1 0 . 0 1	+	$(6.25)_{10}$
1 0 0 . 1 1		$(4.75)_{10}$
1 0 0 0 0 . 1 1		$(16.75)_{10}$

- Suma en base 8

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(17)_{10} + (10)_{10}$ en base 8.

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} (2\ \ 1)_8 \\ +\quad \\ (1\ \ 2)_8 \\ \hline (3\ \ 3)_8 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} (1\ \ 7)_{10} \\ +\quad \\ (1\ \ 0)_{10} \\ \hline (2\ \ 7)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(187)_{10} + (117)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} 1\ \ 1\ \ \ \\ \text{- - - - - - -} \\ 2\ \ 7\ \ 3 \\ +\quad \\ 1\ \ 6\ \ 5 \\ \hline 4\ \ 6\ \ 0 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} (1\ 8\ 7)_{10} \\ +\quad \\ (1\ 1\ 7)_{10} \\ \hline (3\ 0\ 4)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(71.718750)_{10} + (115.234375)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} 1\ \ 1\ \ \ \ \ \ \ \ \\ \text{- - - - - - -} \\ 1\ 0\ 7\ .\ 5\ 6 \\ +\quad \\ 1\ 6\ 3\ .\ 1\ 7 \\ \hline 2\ 7\ 2\ .\ 7\ 5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} (\ \ 7\ 1\ .7\ 1\ 8\ 7\ 5\ 0)_{10} \\ +\quad \\ (1\ 1\ 5\ .\ 2\ 3\ 4\ 3\ 7\ 5)_{10} \\ \hline (1\ 8\ 6\ .\ 9\ 5\ 3\ 1\ 2\ 5)_{10} \end{array}$$

- Suma en base 16

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(717)_{10} + (110)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 16 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{rccc} & (2 & C & D)_{16} \\ + & & & \\ & (0 & 6 & E)_{16} \\ \hline & (3 & 3 & B)_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & (7 & 1 & 7)_{10} \\ + & & & \\ & (1 & 1 & 0)_{10} \\ \hline & (8 & 2 & 7)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(1870)_{10} + (1107)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 16 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{rccc} & & 1 & \\ \hline & 7 & 4 & E \\ + & & & \\ & 4 & 5 & 3 \\ \hline & (B & A & 1)_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{rcccc} & (1 & 8 & 7 & 0)_{10} \\ + & & & & \\ & (1 & 1 & 0 & 7)_{10} \\ \hline & (2 & 9 & 7 & 7)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(9901.75)_{10} + (987117.625)_{10}$

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16 con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{rcccccc} & & & 1 & 1 & & \\ \hline & & 2 & 6 & A & D. & 6 \\ + & & & & & & \\ & F & 3 & F & E & D. & A \\ \hline & (F & 6 & 6 & 9 & B. & 6)_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & (\ \ 9901.750)_{10} \\ + & \\ & (987117.625)_{10} \\ \hline & (997019.375)_{10} \end{array}$$

- **Multiplicación**

➢ Multiplicación en base 2

Para efectuar la multiplicación binaria se utilizan las 4 reglas siguientes:

```
   0          1         0          1
 + 0        +  0      + 1        +  1
-------    -------   -------    --------
  0 0        0  0      0 0        0  1
  C S        C  S      C S        C S
```

Donde:

S es el resultado de multiplicar los dos operandos, y

C es el acarreo que se produce al realizar la multiplicación.

Multiplicar dos números binarios positivos

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(27)_{10}$ x $(3)_{10}$

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores y convirtiendo los números a base 2 tenemos lo siguiente:

Comprobación

```
      1 1 0 1 1                 (  27  )10
    x       1 1               x  (  3  )10
    ___________               ____________
                                (  81 )10
 1 1 1 1
    1 1 0 1  1
 1  1 0 1 1
_______________
1 0  1 0 0 0 1
```

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente

Solución. Utilizando las cuatro reglas anteriores, tenemos lo siguiente:

```
         1 1 1 0
      x  1 0 1 1
     -----------
   1 1 1 1 1
         1 1 1 0
       1 1 1 0
     0 0 0 0
   1 1 1 0
-------------------
   1 0 0 1 1 0 1 0
```

Comprobación

$$
\begin{array}{r}
(14)_{10} \\
\times\ (11)_{10} \\
\hline
14 \\
14\ \ \\
\hline
(154)_{10}
\end{array}
$$

También una multiplicación se puede realizar por sumas sucesivas, como se mostrará a continuación.

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(13)_{10}$ x $(3)_{10}$

Solución. Primero convertimos los números a base 2 y luego aplicamos las 4 reglas de la suma binaria.

	Comprobación
1 1 0 1	$(13)_{10}$
+ 1 1 0 1	+ $(13)_{10}$
1 1 0 1 0	2 6
+ 1 1 0 1	+ 1 3
1 0 0 1 1 1	$(39)_{10}$

Ejemplo. Multiplicar en binario los números $(11)_{10}$ x $(4)_{10}$.

Solución.

	Comprobación
1 1	
-------------------	
1 0 1 1	1 1
+ 1 0 1 1	+ 1 1
1 0 1 1 0	2 2
+ 1 0 1 1	+ 1 1
1 0 0 0 0 1	3 3
+ 1 0 1 1	+ 1 1
1 0 1 1 0 0	4 4

Si queremos realizar la multiplicación de dos números formados por parte entera y parte fraccionaria se emplean las mismas reglas anteriores.

Ejemplo. Realice la multiplicación de $(13.375)_{10}$ x $(3.5)_{10}$

Solución.

```
        1 1 0 1 , 0 1 1
  x               1 1 . 1
  -----------------------

1 1 1 1 1 1 1
- - - - - - - - - - - - - - - - -
      1 1 0 1 0 1 1
    1 1 0 1 0 1 1
  1 1 0 1 0 1 1
---------------------------
1 0 1 1 1 0 . 1 1 0 1
```

Comprobación

```
      (13.375) 10
  x      (3.5) 10
  ---------------
     6 6 8 7 5
   4 0 1 2 5
  ---------------
( 4 6 . 8 1 2 5 ) 10
```

- Multiplicación en base 8

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(25)_{10}$ x $(10)_{10}$

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

```
     (3  1)8            ( 2 5 )10
  x  (1  2)8         x  (1 0) 10
  ----------         ----------
     6  2               0 0
  3  1                2 5
  ----------         ----------
  ( 3  7  2)8         (2 5 0) 10
```

Ejemplo. Realice la suma siguiente $(251)_{10}$ x $(117)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

```
                                   Comprobación

      3 7 3                          ( 2 5 1)10
    x 1 6 5                        x ( 1 1 7)10
    -------                        -----------
    2 3 4 7                           1 7 5 7
  2 7 4 2                             2 5 1
  3 7 3                             2 5 1
  ---------                        -----------
  (7 1 2 6 7)8                     ( 2 9 3 6 7)10
```

Ejemplo. Realice la multiplicación $(71.8750)_{10}$ x $(15.125)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

```
                                        Comprobación

      1 0 7 . 7                      ( 7 1 . 8 7 5 )10
  x     1 7 . 1                    x ( 1 5 . 1 2 5 )10
      ---------                    --------------------
      1 0 7 7                         3 5 9 3 7 5
    7 6 7 1                         1 4 3 7 5 0
  1 0 7 7                           7 1 8 7 5
  -----------                         3 5 9 3 7 5
  (2 0 7 7 . 0 7)8                7 1 8 7 5
                                  ----------------------
                                ( 1 0 8 7 . 1 0 9 3 7 5)10
```

- Multiplicación en base 16

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(717)_{10} + (101)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 16, con lo cual tenemos:

	Comprobación
2 C D	$(7\ 1\ 7)_{10}$
x 6 5	x $(1\ 0\ 1)_{10}$
E 0 1	7 1 7
1 0 C E	7 1 7
1 1 A E 1	$(7\ 2\ 4\ 1\ 7)_{10}$

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(1870)_{10}$ x $(1107)_{10}$

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 16, con lo cual tenemos:

7 4 E	$(1\ 8\ 7\ 0)_{10}$
x 4 5 3	x $(1\ 1\ 0\ 7)_{10}$
1 5 E A	1 3 0 9 0
2 4 8 6	1 8 7 0
1 D 3 8	1 8 7 0
1 F 9 6 4 A	$(2\ 0\ 7\ 0\ 0\ 9\ 0)_{10}$

Ejemplo. Realice la multiplicación siguiente $(91.0625)_{10} \times (97.625)_{10}$

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16, con lo cual tenemos:

Comprobación

$$
\begin{array}{rr}
 & 5\ B\ .\ 1 \\
\times & 6\ 1\ .\ A \\
\hline
 & 3\ 8\ E\ A \\
 & 5\ B\ 1 \\
 & 2\ 2\ 2\ 6 \\
\hline
 & 2\ 2\ B\ 9\ .\ F\ A
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & (9\ 1\ .0\ 6\ 2\ 5)_{10} \\
\times & (9\ 7\ .6\ 2\ 5\ )_{10} \\
\hline
 & 4\ 5\ 5\ 3\ 1\ 2\ 5 \\
 & 1\ 8\ 2\ 1\ 2\ 5\ 0 \\
 & 5\ 4\ 6\ 3\ 7\ 5\ 0 \\
 & 6\ 3\ 7\ 4\ 3\ 7\ 5 \\
 & 8\ 1\ 9\ 5\ 6\ 2\ 5 \\
\hline
 & (8\ 8\ 8\ 9.\ 9\ 7\ 6\ 5\ 6\ 2\ 5)_{10}
\end{array}
$$

- Resta

La resta en cualquier sistema de numeración (2, 8, 10, ó 16) se reduce a los cuatro casos siguientes:

positivo	positivo	negativo	negativo
-	-	-	-
positivo	negativo	positivo	negativo

En esta sección explicaremos el caso de restar dos números positivos

➢ Resta en base 2

Para realizar la resta de dos números binarios se utilizan las siguientes cuatro reglas fundamentales

0	1	0	1
+ 0	+ 0	+ 1	+ 1
-------	-------	-------	--------
0 0	0 1	1 1	0 0
P R	P R	P R	P R

Donde:

R es el resultado de restar el minuendo y el sustraendo, y

P es el préstamo.

Para realizar la operación de resta o sustracción de dos números positivos (Minuendo mayor que el sustraendo) se utiliza el método de complemento a dos, el cual consiste en los pasos siguientes:

1. Verificar que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
2. Al sustraendo se le aplica la operación “complemento a 1”, el cual consiste en intercambiar los 1s por 0s y los 0s por 1s.
3. Al resultado anterior se le aplica la operación “complemento a 2” la cual consiste en sumarle una unidad.
4. Sumar el minuendo con el resultado de la operación anterior.
5. En caso de que el bit de acarreo sea igual a 1, este se ignora.

Ejemplo. Realice la resta siguiente $(29)_{10} - (15)_{10}$

Solución. Representamos los números anteriores en base 2 y posteriormente aplicamos el complemento a 2.

1 1 1 0 1	←	Minuendo
- 0 1 1 1 1	←	Sustraendo

Paso 1

Si analizamos el bit más significativo de los dos números, vemos que el bit más significativo vale 1 mientras que el bit más significativo del sustraendo vale 0 por lo tanto el minuendo es mayor que el sustraendo.

Paso 2

Aplicamos el complemento a "1"

0 1 1 1 1	←	Sustraendo
1 0 0 0 0	←	Operación Complemento a "1"

Paso 3

Aplicamos el complemento a "2"

	1 0 0 0 0	←	Resultado de la operación Complemento a "1"
+	1		
	1 0 0 0 1	←	Resultado de la operación Complemento a "2"

Paso 4

		1	1	1	0	1	← Minuendo
	+						
		1	0	0	0	1	← Resultado de la operación Complemento a "2"
1		0	1	1	1	0	

↑

Bit de acarreo

Paso 5

Ignorar el bit de acarreo si tiene un valor de 1. Por lo tanto dicho bit se elimina.

Finalmente el resultado de la operación es $(01110)_2$

							Comprobación
		1	1	1	0	1	$(29)_{10}$
	-						-
		0	1	1	1	1	$(15)_{10}$
		0	1	1	1	0	$(14)_{10}$

Ejemplo. Realice la resta siguiente $(55)_{10} - (45)_{10}$

Solución. Representamos los números anteriores en base 2 y posteriormente aplicamos el método.

	1	1	0	1	1	1	← Minuendo
-	1	0	1	1	0	1	← Sustraendo

Paso 1

Analizando el bit más significativo tanto del minuendo como del sustraendo vemos que el bit más significativo del minuendo y del sustraendo tienen el mismo valor, entonces analizamos la columna anterior al bit más significativo y en ella vemos que el bit del minuendo vale 1 mientras que el bit del sustraendo vale 0 y por lo tanto si se puede realizar la operación indicada.

Paso 2

Aplicamos el complemento a “1”

1 0 1 1 0 1 ⟵ Sustraendo

0 1 0 0 1 0 ⟵ Operación Complemento a “1”

Paso 3

Aplicamos el complemento a “2”

	0 1 0 0 1 0	⟵ Resultado de la operación Complemento a “1”
+	1	
	0 1 0 0 1 1	⟵ Resultado de la operación Complemento a “2”

Paso 4

1 1 0 1 1 1	←	Minuendo
+		
0 1 0 0 1 1	←	Resultado de la operación Complemento a “2”

1 0 0 1 0 1 0

↑

Bit de acarreo

Paso 5

Ignorar el bit de acarreo si tiene un valor de 1.

Finalmente el resultado de la operación es (0 0 1 0 1 0$)_2$.

Comprobación

1 1 0 1 1 1	$(55)_{10}$
-	-
1 0 1 1 0 1	$(45)_{10}$
$(0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0)_2$	$(10)_{10}$

- Resta en base 8

Ejemplo. Realice la resta $(25)_{10}$ - $(10)_{10}$ en base 8.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 8, con lo cual tenemos:

11 – Pido prestado una unidad y con eso se forma dicho número

- - - - - - - - - - - -	comprobación
3 1	$(25)_{10}$
-	-
1 2	$(10)_{10}$
$(1\ 7)_8$	$(1\ 5)_{10}$

Ejemplo. Realice la resta siguiente $(251)_{10}$ - $(117)_{10}$ en base 8.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 8, con lo cual tenemos:

13 → Préstamo	Comprobación
- - - - - - - - - - - - - - - -	
3 7 3	$(2\ 5\ 1)_{10}$
- 1 6 5	- $(1\ 1\ 7)_{10}$
$(2\ 0\ 6)_8$	$(1\ 3\ 4)_{10}$

Ejemplo. Realice la resta $(71.8750)_{10}$ - $(15.125)_{10}$ en base 8.

Solución. Pasamos los números de base 10 a base 8, con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} 107.7 \\ -\ \ 17.1 \\ \hline (070.6) \end{array} \qquad \text{Comprobación} \quad \begin{array}{r} (71.875)_{10} \\ -\ (15.125)_{10} \\ \hline (56.755)_{10} \end{array}$$

- Resta en base 16

Ejemplo. Realice la resta $(25)_{10}$ - $(10)_{10}$ en base 16.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16, con lo cual tenemos:

11 – Pido préstamo y formo el número

\- - - - - - - - - - - -

$$\begin{array}{r} 1\ \ 9 \\ -\ \ \ \ A \\ \hline F \end{array} \qquad \text{Comprobación} \quad \begin{array}{r} (25)_{10} \\ -\ (10)_{10} \\ \hline (15)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la resta siguiente $(251)_{10} - (117)_{10}$ en base hexadecimal.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16; con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} F\ B \\ -\quad\ \ \\ 7\ 5 \\ \hline (8\ 6)_{16} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} (2\ 5\ 1)_{10} \\ -\qquad\quad\ \\ (1\ 1\ 7)_{10} \\ \hline (1\ 3\ 4)_{10} \end{array}$$

Ejemplo. Realice la resta $(71.8750)_{10} - (15.125)_{10}$ en base 16

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16 utilizando la tabla 1, con lo cual tenemos:

$$\begin{array}{r} 4\ 7\ .\ E \\ -\qquad\quad\ \\ F\ .\ 2 \\ \hline (3\ 8\ .\ C)_{16} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} (7\ 1\ .\ 8\ 7\ 5)_{10} \\ -\qquad\qquad\quad\ \\ (1\ 5\ .\ 1\ 2\ 5)_{10} \\ \hline (5\ 6\ .\ 7\ 5\ 0)_{10} \end{array}$$

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tabla 1. Equivalencias entre diferentes sistemas de Numeración

- División

Al igual que la operación de multiplicación, la división se puede realizar de diferentes formas, las cuales presentamos a continuación:

➢ División en base 2

La división binaria es mucho más fácil, porque los únicos dos posibles dígitos cocientes son 0 y 1. La división binaria se puede efectuar utilizando el mismo procedimiento que se utiliza en la división decimal, es decir:

```
     1 2
3 /  3 6
-    3
   ------
     0  6
-       6
      ----
        0
```

Ejemplo. Realizar la operación siguiente $(43)_{10}$ / $(3)_{10}$ en binario

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 2, con lo cual tenemos:

Comprobación

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
\hline
11 & 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \\
 & -\ 1\ 1 \\
\hline
 & \ \ 1\ 0\ 0 \\
 & -\ \ \ 1\ 1 \\
\hline
 & \ \ \ \ 1\ 1 \\
 & -\ \ \ 1\ 1 \\
\hline
 & \ \ \ \ 0\ 1
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
 & 1\ 4 \\
\hline
3 & 4\ 3 \\
 & -\ 3 \\
\hline
 & 1\ 3 \\
 & -\ 1\ 2 \\
\hline
 & \ \ 1
\end{array}
$$

Operaciones de apoyo

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 1 \\
-\ \ 0\ 1\ 1 \\
\hline
0\ 0\ 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0 \\
+\ \ \ \ \ \ 1 \\
\hline
1\ 0\ 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\ 0\ 1 \\
+\ \ 1\ 0\ 1 \\
\hline
1\ 0\ 1\ 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0 \\
-\ \ 0\ 1\ 1 \\
\hline
0\ 0\ 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0 \\
+\ \ \ \ \ \ 1 \\
\hline
1\ 0\ 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0 \\
+\ \ 1\ 0\ 1 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 1
\end{array}
$$

Ejemplo. Realizar la operación siguiente $(217)_{10}/(11)_{10}$ en binario

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 2

	Comprobación
0 0 0 1 0 0 1 1	1 9
1011 ⟌ 1 1 0 1 1 0 0 1	1 1 ⟌ 2 1 7
− 1 0 1 1	− 1 1
0 0 1 0 1 0 0	1 0 7
− 0 1 0 1 1	− 9 9
1 0 0 1 1	8
− 0 1 0 1 1	
0 1 0 0 0	

Operaciones de apoyo

1 1 0 1	0 1 0 0	1 1 0 1
- 1 0 1 1	+ 1	+ 0 0 1 0
0 0 1 0	0 1 0 1	1 0 0 1 0
1 0 1 0 0	1 0 1 0 0	1 0 1 0 0
- 0 1 0 1 1	+ 1	+ 1 0 1 0 1
0 1 0 0 1	1 0 1 0 1	1 0 1 0 0 1

1 0 0 1 1	1 0 1 0 0	1 0 0 1 1
-	+	+
0 1 0 1 1	1	1 0 1 0 1
0 1 0 0 0	1 0 1 0 1	1 0 1 0 0 0

- División en base 8

Ejemplo. Realice la división de los números $(25)_{10}$ / $(10)_{10}$ en base 8.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 8, con lo cual tenemos:

	Comprobación
2	2
1 2 / 3 1	10 / 2 5
− 2 4	− 2 0
-----------	-----------
5	5

Ejemplo. Realice la división siguiente $(2501)_{10}$ - $(117)_{10}$ en base 8

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 8 con lo cual tenemos:

	Comprobación
2 5	2 1
1 6 5 / 4 7 0 5	1 1 7 / 2 5 0 1
− 3 5 2	− 1 1 7
-----------	-----------
− 1 1 6 5	− 1 6 1
1 1 1 1	1 1 7
-----------	-----------
5 4	4 4

- División en base 16

Ejemplo. Realice la división $(2075)_{10}$ / $(13)_{10}$ en base 16.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16 utilizando la tabla 1, con lo cual tenemos:

```
          9  F
      _________
  D  /  8 1 B
    -   7 5
   -----------
        C B
     -  C 3
     -----------
          8
```

```
          1 5 9
        _________
  1 3  /  2 0 7 5
      -     1 3
      ------------
            7 7
      -     6 5
        ------------
            1 2 5
         -  1 1 7
        ------------
                8
```

Ejemplo. Realice la división siguiente $(2501)_{10}$ - $(17)_{10}$ en base hexadecimal.

Solución. Convertimos los números de base 10 a base 16 con lo cual tenemos:

```
          9  3                       1 4  7
       ________                  _________
11  -   9 C 5              1 7 -  2 5 0 1
        9 9                       1 7
------------              -------
          3 5                       8 0
     -    3 3                 -     6 8
------------                ------------
            2                        1 2 1
                                -    1 1 9
                            ------------
                                         2
```

(ANEXO 3)

COMPLEMENTO A LA BASE *n*

Dado un número positivo N en base *n* con una parte entera de *p* dígitos, el complemento de n de N se define como n^p - N para N ≠ 0 y 0 para N = 0. A continuación presentamos algunos ejemplos.

El complemento de 10 del número $(23)_{10}$ es 10^2 – 23 = 77 (con p = 2).
El complemento de 10 del número $(0.37)_{10}$ es 1 –0.37 = 0.63.

El complemento de 2 de (1001) es
$(2^4)_{10}$ - $(1001)_2$ =$(10000)_2$ – 1001 =00111 (con p = 4).
El complemento de 2 del número $(0.0101)_2$ es
$(1)_2$ – $(0.0101)_2$ = $(0.1011)_2$.

Como se mencionó anteriormente, el complemento a la base se utiliza para facilitar la operación de substracción. Para obtener el complemento a una base n de un número se obtiene restando a la "base menos uno" cada uno de los dígitos del número a convertir y sumándole uno al resultado de las restas. El acarreo final se ignora.

Ejemplo. Realizar la substracción decimal
Solución.

$$29 - 12 = 17$$

El complemento a diez de 2 es 9-2 =7.
El complemento a diez de 1 es 9-1 =8.

Por lo tanto, el complemento a diez de 12 es 87 + 1 = 88, por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 29 \\ +\ 88 \\ \hline 117 \end{array}$$

Ignorar el

Acarreo

Finalmente, obtenemos

$$\begin{array}{r} 29 \\ -\ 12 \\ \hline 17 \end{array}$$

de esta manera se realiza la resta decimal empleando el "complemento diez" de dos números en base decimal.

- Complemento a la base disminuida (*n-1*)

Dado un número positivo N en base n con una parte entera de *p* dígitos y una parte fraccionaria de q dígitos, el complemento de n-1 de N se define como n^{p}-n^{-q} – N. A continuación presentamos algunos ejemplos.

El complemento de 9 del número $(327)_{10}$ es 10^{3} – 1 – 327 = 672 (con p = 3), y 10^{-m} = 10^{0} = 1 (con q = 0)

El complemento de 9 del número $(0.173)_{10}$ es 1 -10^{3} – 0.173 = 0.826(con$q$= 3), y 10^{p} = 10^{0} = 1 (con p = 0)

El complemento de 1 del número $(101100)_2$ es

$(10^{6} – 1)_{10}$ – $(101100)_2$ = $(111111 – 101100)_2$ = $(010011)_2$ (con p = 6)

El complemento de 1 del número $(0.0110)_2$ es
$(1- 2^{-4})_{10} – (0.0110)_2 - (0.1111 – 0.0110)_2 = (0.1001)_2$

A continuación presentamos más ejemplos del Complemento a la base n aplicados a diferentes bases.

Complemento a la base 2

En nuestro caso, un caso muy interesante el complemento a la base (n = 2) aplicado a la resta binaria, la cual se realiza utilizando el complemento a dos de un número binario. El complemento a dos de un número binario se obtiene restando a 1 cada uno de los dígitos del número y sumándole 1 al resultado. Para el sistema de numeración binario, esto mismo se logra cambiando directamente los unos por ceros y los ceros por unos y sumando uno al resultado.

Ejemplo. Obtener el complemento a 2 del número $(0000\ 0101)_2$
Solución.

0000 0101	Complemento a 1	→	1111 1010
		+	1
	Complemento a 2	→	1111 1011

Ejemplo. Convertir el número 0111 1111 $(+127)_{10}$ a negativo

Solución.

Número original = 01111 1111

Complemento a uno = 1000 0000

\+ 1

\-----------------

Complemento a dos = 1000 0001 = -127

Ejemplo. Encontrar el valor absoluto del número $(1000\ 0010)_2$

Solución.

Número original = 1000 0010

Complemento a uno = 0111 1101

\+ 1

\-------------

Complemento a dos = 0111 1110 = $(+126)_{10}$

Ejemplo. Obtener el complemento a dos del número $(101001)_2$

Solución.

Número original = 101001

Complemento a uno = 010110

\+ 1

\---------------

Complemento a dos = 010111

Complemento a la base 8

El complemento a 8 de un número octal se obtiene restando cada uno de los dígitos del número 7 sumándole 1 al resultado.

Ejemplo. Obtener el complemento a 8 del número $(027)_8$, es decir, (obtener su negativo).
Solución.

```
   377                        350
 - 027                    +     1
----------                ___________
   350 –complemento a 7       351   ---------complemento a 8
```

Luego realizamos los siguiente $(351)_8 = (-122)_{8,}$ es decir, $(351)_8$ es el valor absoluto de $(-122)_8$.

Ejemplo. Obtener el complemento a 8 del número $(256)_8$, es decir, (obtener su valor absoluto).
Solución.

```
   377                        121
 - 256                    +     1
----------                ___________
   121 –complemento a 7       122   ---------complemento a 8
```

Luego realizamos que $(256)_8 = (-122)_8$, es decir, $(122)_8$ es el valor absoluto de $(256)_8$.

Nota:

A partir de los ejemplos anteriores observamos que del complemento de un número positivo se obtiene su negativo y del complemento de un número negativo se obtiene su valor positivo.

Complemento a la base 16

El complemento a 16 de una cantidad hexadecimal se obtiene restando cada uno de los dígitos de la cantidad a F_{16} y sumándole 1 al resultado.

Ejemplo. Obtener el complemento a 16 del número del número $(27)_{16}$ (Obtener su negativo)

Solución.

```
      FF                              D8
    - 27                           +   1
   ---------                        --------
     D8   Complemento a 15          D9  - Complemento a 16
```

posteriormente tenemos que $(-27)_{16} = (D9)_{16}$.

Ejemplo. Obtener el complemento a 16 del número del número $(D4)_{16}$ (Obtener su negativo).

Solución.

```
      FF                         2B
    - D4                      +   1
   ---------                   --------
      2B   Complemento a 15     2C  - Complemento a 16
```

finalmente realizamos $(D4)_{16} = (-2C)_{16}$.

(ANEXO 4)

OPERACIONES ARITMÉTICAS

- Operaciones aritméticas en base 2

Suma binaria

Caso a) Sumando menor que el sustraendo

Ejemplo. Realice la suma siguiente 17 + -29

Solución. Para resolver esta suma lo primero que tenemos que realizar es calcular el complemento a dos del número -29 y luego aplicar las reglas de la suma y en caso de que exista un bit de acarreo se debe ignorar.

$$(29)_{10} = (1\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

Complemento a 1

$$\begin{array}{r} 0\,0\,0\,1\,0 \\ +\quad\quad\quad 1 \\ \hline 0\,0\,0\,1\,1 \end{array}$$

Finalmente realizamos la operación de suma

Comprobación

```
       0 0 1 1
  ------------
     1 0 0 0 1          (  17  )10
 +                   +
     0 0 0 1 1          ( -29 )10
    __________          ________
     1 0 1 0 0          ( 12 )10
     ↑
```

Bit de Acarreo

Caso b) Sumando mayor que el sustraendo

Ejemplo. Realice la operación $(15)_{10}$ + $(-11)_{10}$

Solución.

Comprobación

```
   0000   1111          (+15)10
   +                 +
    1111   0101         (-11)10
 ______________         _______
   10000   0100         (+04)10
```

Para el caso de números fraccionarios

Ejemplo. Realice la operación $(5.5)_{10}$ + $(3.25)_{10}$ indicada

Solución.

```
   0101.1000          (5.5)10
+                  +
   0011.0100          (3.25)10
   ---------          --------
   1000.1100          (8.75)10
```

Ejemplo. Realice la operación $(5.75)_{10}$ – $(3.5)_{10}$ indicada

Solución.

```
   0011.0100          (3.25)10
   ---------          --------
   1000.1100          (8.75)10
```

Ejemplo. Realice la operación $(5.75)_{10}$ – $(3.5)_{10}$ indicada

Solución.

```
(3.50)10  =   0011.1000
              1100.0111 ------------- Complemento a 1
           +          1 ------------- Complemento a 2
           --------------
(-3.50)10 =  1100.1000
```

Luego realizamos la suma

```
        Decimal                  Binario

        (5.75)10                 0101.1100
     +  (-3.50)10            +   1100.0100
      -----------------          -----------------
         (2.25)10            1   0010.0100
I
                             ↑
                             Este bit de acarreo se ignora
```

Nota

Observa cómo se obtiene el complemento a dos para números fraccionarios.

Multiplicación binaria

Ejemplo. Realizar la operación 10 por -8

Solución.

```
 Decimal            Binario              Octal        Hexadecimal

   10               0000  1010            012              0A
 x  (-8)      x     0000  1000          x 008            x  0C
-----------     ----------------------  --------------   ----------------
  -80               0000  0000            120              78
                  0  0000  000
                 00  0000  00
                000  0101  0
                 --------------------
                000  0101  0000
                      1010  1111              257             AF
                    +              1        +     1         +    1
               ----------------------------  ------------   -----------
Complemento a 2   (1011    0000)            260              B0
```

División Binaria

Ejemplo. Realizar la operación de 36/3 en el sistema binario.

Solución.

```
    12              00001100           14        C
   ______         ____________       _______   _______
3  / 36         11/ 001000100      3 /  44     3/ 24
   -3               1101              -3         -24
  --------         ---------------   ----------  -------
    06              00011             14          0

  -  6              1101             -14
 ------------      -------------   -----------
    0               00000              0
```

Apoyo

$(3)_{10} = (00000011)_2$ $(-3)_{10} = (11111101)_2$

Nota

En el sistema octal y hexadecimal los valores negativos se obtienen con los complementos a 8 y a 16 respectivamente de los valores positivos. El complemento a 8 de un número octal se obtiene restando cada uno de los dígitos del número 7 sumándole 1 al resultado. El complemento a 16 de una cantidad hexadecimal se obtiene restando cada uno de los dígitos de $(F)_{16}$ y sumándole 1 al resultado.

Nota

A partir de los ejemplos anteriores observamos que del complemento de un número positivo se obtiene su negativo y del complemento de un número negativo se obtiene su valor positivo.

- Operaciones aritméticas en base 16

Suma en base 16

Ejemplo. Realizar la suma de $(-13)_{10} + (-11)_{10}$ en base hexadecimal

Solución.

$$\begin{array}{r} -13_{10} \\ -11_{10} \\ \hline -24_{10} \end{array}$$

$(+13)_{10} \Rightarrow (0D)_{16}$ $(+11)_{10} \Rightarrow (0B)_{16}$

Sacamos el complemento a 15

$$\begin{array}{rr} & F\ F \\ - & 0\ D \\ \hline & F\ 2 \\ + & 1 \\ \hline & F\ 3 \end{array}$$

Sacamos el complemento a 15

$$\begin{array}{rr} & F\ F \\ - & 0\ B \\ \hline & F\ 4 \\ + & 1 \\ \hline & F\ 5 \end{array}$$

Finalmente, realizamos la suma

```
   F 5
+
   F 3
 -----
 1 E 8
```

Bit de signo

Comprobación

La comprobación se realiza obteniendo el valor absoluto del resultado de la suma de la manera siguiente

```
   F 3
-
   E 8
 -----
   1 7
+
     1
 -----
   1 8
```

Con lo que $18_{16} = 24_{10}$

Ejemplo. Realizar la suma de $(-19957)_{10} + (10999)_{10}$ en base hexadecimal

Solución.

$$
\begin{array}{rr}
 & (-19957)_{10} \\
+ & \\
 & (-10999)_{10} \\
\hline
 & (-30956)_{10}
\end{array}
$$

$(+19957)_{10} \Rightarrow (4DF5)_{16}$ $(+10999)_{10} \Rightarrow (2AF7)_{16}$

Complemento a 15 del número $(-19957)_{10}$

$$
\begin{array}{rcccc}
 & F & F & F & F \\
- & & & & \\
 & 4 & D & F & 5 \\
\hline
\end{array}
$$

Complemento a 15 del número $(-10999)_{10}$

$$
\begin{array}{rcccc}
 & F & F & F & F \\
- & & & & \\
 & 2 & A & F & 7 \\
\hline
\end{array}
$$

B 2 0 A
\+
1
_____
B 2 0 B

D 5 0 8
\+
1
_____
D 5 0 9

Realizamos la suma de los complementos

B 2 0 B
\+
D 5 0 9
_____
1 8 7 1 4

Bit de signo

Comprobación

Para comprobar el resultado obtenemos el valor absoluto del resultado de la operación de la manera siguiente:

F F F F
\-
8 7 1 4
_____
7 8 E B
\+
1
_____
7 8 E C

Ejemplo. Realizar la suma

Solución.

$$\begin{array}{r} -19957_{10} \\ -10999_{10} \\ \hline -30956_{10} \end{array}$$

$(+19957)_{10} \Rightarrow (4DF5)_{16}$ $(+10999)_{10} \Rightarrow (2AF7)_{16}$

complemento a 15 del número 4DF5

$$\begin{array}{rcccc} & F & F & F & F \\ - & 4 & D & F & 5 \\ \hline & B & 2 & 0 & A \\ + & & & & 1 \\ \hline & B & 2 & 0 & B \end{array}$$

complemento a 15 del número 2AF7

$$\begin{array}{rcccc} & F & F & F & F \\ - & 2 & A & F & 7 \\ \hline & D & 5 & 0 & 8 \\ + & & & & 1 \\ \hline & D & 5 & 0 & 9 \end{array}$$

Realizamos la suma de los complementos

$$\begin{array}{rccccc} & & B & 2 & 0 & B \\ + & & D & 5 & 0 & 9 \\ \hline & 1 & 8 & 7 & 1 & 4 \end{array}$$

Bit de signo

Finalmente la suma de

	-19957_{10}	$B\ 2\ 0\ B_{16}$
+		+
	-10999_{10}	$D\ 5\ 0\ 9_{16}$
	-30956_{10}	$8\ 7\ 1\ 4_{16}$

Comprobación

Para comprobar el resultado, obtenemos el valor absoluto del resultado de la suma de la manera siguiente

$$
\begin{array}{r}
F\ F\ F\ F \\
-\quad 8\ 7\ 1\ 4 \\
\hline
7\ 8\ E\ B \\
+\qquad\quad 1 \\
\hline
7\ 8\ E\ C
\end{array}
$$